УДК 537.9: 004.942

DOI: 10.15827/0236-235X.119.546-552

Дата подачи статьи: 08.02.17

2017. Т. 30. № 3. С. 546–552

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ МИКРОСЛОЕВ МАГНИТНЫХ НАНОЖИДКОСТЕЙ

Т.Ф. Морозова, к.ф.-м.н., доцент, morozova2701005@mail.ru;

М.С. Демин, к.ф.-м.н., доцент, demin_ms@mail.ru;

А.С. Морозов, магистрант, timss1993@yandex.ru

(Северо-Кавказский федеральный университет, ул. Пушкина, 1, г. Ставрополь, 355009, Россия)

В работе представлены результаты синтеза и анализа линейных регрессионных моделей, описывающих экспериментальные исследования электрической емкости ячейки с микрослоем магнитной наножидкости, проведенные при изменении входных параметров (факторов): поляризующего напряжения (0, ..., 20 В), объемной концентрации дисперсной фазы (2,3, ..., 14,4 %), межэлектродного расстояния (100, ..., 200 мкм), температуры слоя (293, ..., 368 К).

Приведены двухмерные и трехмерные графические зависимости электрической емкости микрослоя магнитной наножидкости в зависимости от входных параметров. Анализ зависимостей показал наличие максимума электрической емкости при температуре ~340 К в исследуемом концентрационном диапазоне. При изменении концентрации дисперсной фазы от 2,3 % до 14,4 % и приложении поляризующего напряжения также имеются характерные максимумы электрической емкости, которые при повышении температуры становятся более выраженными. С увеличением концентрации дисперсной фазы возрастает величина поляризующего напряжения, при котором обнаруживается максимум электрической емкости.

Для получения математической модели, связывающей электрическую емкость ячейки с магнитной наножидкостью и ее параметрами (факторами), использовалось ПО для статистического анализа IBM SPSS Statistics. Получены регрессионные модели, учитывающие главные факторы и эффекты от их взаимодействия. Произведен анализ полученных моделей, оценены их погрешности (ошибки аппроксимации).

При оценке погрешности рассматривались минимальная, максимальная и средняя погрешности, на основе этих данных делались выводы о целесообразности применения модели. Наилучшую аппроксимацию экспериментальных данных дала модель, учитывающая эффекты от взаимодействия факторов.

Ключевые слова: магнитная наножидкость, концентрация, микрослой, поляризация, электрическое поле, регрессионная модель, аппроксимация.

Объектом исследования являлись *магнитные наножидкости* (МНЖ), представляющие собой высокодисперсные коллоиды ферромагнетиков; их электрофизические параметры (такие как электрическая емкость) изменяются при изменении концентрации дисперсной фазы, температуры и напряженности электрического и магнитного полей. Актуальной является задача получения математической модели, которая могла бы описать изменения величины электрической емкости МНЖ при различных воздействиях. Для идентификации сложных объектов, к которым можно отнести и МНЖ, широко используются экспериментально-статистические методы, которые позволяют установить зависимости между входными параметрами (факторами) и выходными (показателями функционирования объекта) в виде уравнений регрессии [1–7]. Свойства объекта исследования возможно описать различными моделями, при этом они должны удовлетворять требованиям адекватности, содержательности и быть максимально простыми.

В работах [7, 8] проведена статистическая обработка экспериментальных исследований микрослоев МНЖ, которая заключалась в получении математической модели, описывающей взаимосвязь между величиной электрической емкости ячейки с микрослоем МНЖ и входными параметрами: объ-

емной концентрацией дисперсной фазы (ϕ , %), межэлектродным расстоянием (d , мм), величиной приложенного поляризующего напряжения (U_p , В) и температурной средой (t , °С). Представлены и проанализированы результаты экспериментальных исследований микрослоев МНЖ [7, 9] с более чем 2 000 проведенных опытов при изменении указанных параметров ячейки. Характерные зависимости проведенных экспериментальных исследований представлены на рисунках 1 и 2, которые показывают, что подача постоянного поляризующего напряжения на микрослой МНЖ приводит к нелинейному изменению электроемкости с ярко выраженным максимумом. Диапазон входных параметров составляет: а) для прикладываемого поляризующего напряжения U_p от 0 до 20 В; б) для межэлектродного расстояния от 0,1 до 0,2 мм; в) для объемной концентрации дисперсной фазы ϕ от 2,3 до 14,4 %; г) для температуры МНЖ от 20 до 95° С. Микрослой МНЖ типа «магнетит в керосине» создавался между двумя электродами, в качестве которых применялись стеклянные пластины с проводящей поверхностью $\text{In}_2\text{O}_3\text{-SnO}_2$ толщиной до 0,4 мкм. Толщина микрослоя (0,1, ..., 0,2) мм задавалась введением фторопластовых пленок, размеры электродов (40×50) мм².

В работе [10] выдвинуто предположение о том, что поляризация в МНЖ обусловлена преимуще-

Рис. 1. Характерное изменение емкости $C = f(U_{\text{п}})$ микрослоя МНЖ $d = 100$ мкм с концентрацией дисперсной фазы 8,3 %: 1 – 293 К, 2 – 318 К, 3 – 328 К, 4 – 338 К, 5 – 358 К, 6 – 368 К

Fig. 1. Typical capacitance change $C = f(U_{\text{п}})$ of 100- μm -thick MNF layer with a disperse phase concentration of 8,3 %. MNF temperature is as follows: 1 – 293 K, 2 – 318 K, 3 – 328 K, 4 – 338 K, 5 – 358 K, 6 – 368 K

Рис. 2. Характерные зависимости емкости $C = f(U_{\text{п}})$ из концентрационного ряда МНЖ «магнетит в керосине» при $T = 368$ К, $d = 100$ мкм: 1 – 2,3 %, 2 – 6,3 %, 3 – 10,3 %, 4 – 14,4 %

Fig. 2. Typical capacitance dependences $C = f(U_{\text{п}})$ of 100- μm -thick MNF layer with MNF temperature of 368 K with the following solid concentrations: 1 – 2,3 %, 2 – 6,3 %, 3 – 10,3 %, 4 – 14,4 %

ственно двумя механизмами поляризации. Аналогичные МНЖ исследовались в работе [11], в которой экспериментально полученные частотные зависимости емкости и сопротивления ячейки с МЖ с высокой точностью описываются двухкомпонентной моделью жидкости: с «быстрыми» и «медленными» носителями заряда и соответственно двумя механизмами поляризации.

Анализ приведенных зависимостей показал наличие максимума электрической емкости при температуре 338 К в исследуемом концентрационном диапазоне. При воздействии поляризующего напряжения ~ 5 В и температуре ~ 340 К наблюдается ярко выраженный максимум электрической емкости, дальнейшее повышение температуры приводит к монотонному увеличению электрической емкости вплоть до 368 К (рис. 1, 3).

При изменении концентрации дисперсной фазы от 2,3 % до 14,4 % и приложении поляризующего напряжения также имеются характерные максимумы электрической емкости, при повышении температуры максимум становится более выраженным (рис. 1, 4). При увеличении концентрации дисперсной фазы возрастает величина поляризующего напряжения, при котором достигается максимум электрической емкости (рис. 2, 4).

Для получения математической модели, связывающей электрическую емкость ячейки с МНЖ и ее параметрами (концентрация дисперсной фазы, межэлектродное расстояние, прикладываемое к электродам напряжение и температура микрослоя МНЖ), использовалось ПО для статистического анализа, реализующее необходимые базовые функции для его проведения IBM SPSS Statistics [12–17].

Были получены регрессионные модели, учитывающие главные факторы и эффекты взаимодействия факторов. Произведен анализ полученных моделей, оценены их погрешности (ошибки аппроксимации). При оценке погрешности рассматривались минимальная, максимальная и средняя погрешности, на основе этих данных делались выводы о целесообразности применения модели.

Для линейной регрессионной модели [8], полученной в программе регрессионного анализа LRSVD, произведен расчет ее погрешностей, из которого следует, что линейная аппроксимация зависимости $C = f(\varphi; d; U_{\text{п}}; T)$ при описании экспериментальных данных дает среднюю ошибку в 34,7 % и для отдельных опытов достигает 100 %, что не может считаться удовлетворительным.

С использованием IBM SPSS была также получена линейная модель $C = f(\varphi; d; U_{\text{п}}; T)$, которая позволила снизить среднюю ошибку до 17,978 % и максимальную до 78,849 %:

$$C = -135,920 + 24,013 \cdot \varphi - 3501,599 \cdot d + 8,636 \cdot U + 2,829 \cdot T. \quad (1)$$

Несмотря на значительное повышение точности модели, ее применение не является целесообразным, следовательно, необходимо усложнять модель для повышения ее адекватности, поэтому было принято решение учесть в модели эффекты взаимодействия факторов.

Для построения моделей в IBM SPSS предварительно температура из градусов Цельсия была переведена в единицы термодинамической температуры Кельвина. Далее произведено кодирование факторов (варьирование кодированных факторов

Рис. 3. Зависимости емкости $C = f(T; U_{\pi})$ при $d = 100$ мкм и φ : (1) 2,3 %, (2) 6,3 %, (3) 10,3 %, (4) 14,4 %

Fig. 3. Dependences $C = f(T; U_{\pi})$ of 100- μ m-thick MNF layer with the following solid concentrations φ : (1) 2,3 %, (2) 6,3 %, (3) 10,3 %, (4) 14,4 %

производилось на уровнях от -1 до $+1$). Данные об электрической емкости микрослоя МНЖ при соответствующих значениях факторов (объемной концентрации дисперсной фазы $\varphi[-1; +1]$, межэлектродным расстоянием $d[-1; +1]$, величиной приложенного поляризирующего напряжения $U_{\pi}[-1; +1]$ и температурной средой $T[-1; +1]$) передавались в IBM SPSS. В программе были получены расчетные оценки коэффициентов регрессионной модели и их стандартные ошибки на 95-процентном доверительном интервале. Построение линейной модели производилось с учетом эффектов взаимодействия факторов. По полученным оценкам проводилась проверка по критерию Стьюдента для уровня доверия 0,95 с целью определения значимых коэффициентов регрессии, незначимые коэффициенты регрессии отбрасывались (за исключением постоянной составляющей $E0$), а значимые заново пересчитывались (табл. 1). В результате была получена следующая модель:

$$C = -777,021 + 67,143 \cdot \varphi + 2190,186 \cdot d + 4,513 \cdot T - 0,161 \cdot \varphi \cdot T - 13,863 \cdot d \cdot T - 11,486 \cdot U \cdot \varphi + 37,375 \cdot \varphi \cdot d \cdot U + 0,044 \cdot \varphi \cdot T \cdot U - 0,151 \cdot \varphi \cdot d \cdot T \cdot U, \quad (2)$$

которая позволила более чем на 20 % снизить среднюю и максимальную ошибки по сравнению с моделью (1) до 13,027 % и 61,464 % соответственно.

Таблица 1

Оценки коэффициентов регрессионной модели (2)

Table 1

Estimates of (2) regression model coefficients

Коэффициент уравнения регрессии	Фактор или эффект взаимодействия факторов	Оценка	Стандартная ошибка	t-критерий
$E0$	—	-777,021	157,454	4,93
fl	φ	67,143	10,093	6,65
$d1$	d	2190,186	944,090	2,32
$t1$	T	4,513	0,469	9,63
$fltl$	$\varphi \cdot T$	-0,161	0,030	5,36
$d1tl$	$d \cdot T$	-13,863	2,811	4,93
$ulfl$	$U \cdot \varphi$	-11,488	1,494	7,69
$fldlul$	$\varphi \cdot d \cdot U$	37,375	9,287	4,02
$fltlul$	$\varphi \cdot T \cdot U$	0,044	0,004	9,80
$fldl1ul$	$\varphi \cdot d \cdot T \cdot U$	-0,151	0,028	5,48

Учет эффектов взаимодействия факторов позволил уменьшить погрешности модели, однако для практического применения достигнутых результатов недостаточно. Поскольку ранее [10, 11] отмечалось наличие в МНЖ по крайней мере двух механизмов поляризации, целесообразным представляется рассмотрение модели для двух диапазонов. Поэтому на следующем этапе диапазон изменения поляризующего напряжения был разделен на два участка: (0...10) В и (10...20) В, для которых были синтезированы линейные модели и модели ЛУЭВФ (линейные с учетом эффектов взаимодействия факторов).

Для участка изменения $U_{\text{п}}$ (0...10) В получены оценки параметров моделей (табл. 2) с учетом их значимости следующих видов.

Линейная модель:

$$C = 11,599 + 16,308 \cdot \varphi - 3237,896 \cdot d + 23,704 \cdot U + 2,238 \cdot T. \quad (3a)$$

Модель ЛУЭВФ:

$$C = 72,251 + 82,538 \cdot \varphi - 330,937 \cdot U + 1,618 \cdot T - 309,084 \cdot \varphi \cdot d - 0,203 \cdot \varphi \cdot T - 6,338 \cdot d \cdot T + 4,308 \cdot U \cdot \varphi + 1255,383 \cdot U \cdot d + 1,055 \cdot U \cdot T + 0,908 \cdot \varphi \cdot d \cdot T - 3,789 \cdot d \cdot T \cdot U - 0,077 \cdot \varphi \cdot d \cdot T \cdot U. \quad (4a)$$

Оценки коэффициентов регрессионных моделей (3a) и (4a)

Estimates of (3a) and (4a) regression model coefficients

Коэффициент уравнения регрессии	Фактор или эффект взаимодействия факторов	Оценка	Стандартная ошибка	t-критерий
Для модели (3a)				
$E0$	—	11,599	46,403	0,25
fl	φ	16,308	0,823	19,83
dl	d	-3237,896	65,249	49,62
ul	U	23,704	1,103	21,49
tl	T	2,238	0,133	16,80
Для модели (4a)				
$E0$	—	72,251	108,509	0,67
fl	φ	82,538	23,536	3,51
ul	U	-330,937	32,847	10,08
tl	T	1,618	0,316	5,11
$fldl$	$\varphi \cdot d$	-309,084	139,993	2,21
$fltl$	$\varphi \cdot T$	-0,203	0,069	2,94
$dltl$	$d \cdot T$	-6,338	0,692	9,17
$ulfl$	$U \cdot \varphi$	4,308	0,725	5,94
$uldl$	$U \cdot d$	1255,383	203,411	6,17
$ultl$	$U \cdot T$	1,055	0,098	10,82
$fldltl$	$\varphi \cdot d \cdot T$	0,908	0,422	2,15
$fldltlul$	$\varphi \cdot d \cdot T \cdot U$	-0,077	0,014	5,66
$dltlul$	$d \cdot T \cdot U$	-3,789	0,621	6,10

Оценки коэффициентов регрессионных моделей (36) и (46)

Таблица 3

Estimates of (4a) and (46) regression model coefficients

Table 3

Коэффициент уравнения регрессии	Фактор или эффект взаимодействия факторов	Оценка	Стандартная ошибка	t-критерий
Для модели (36)				
$E0$	–	-334,736	51,387	6,51
fl	φ	33,540	0,872	38,48
dl	d	-3849,494	68,244	56,41
ul	U	-1,335	1,074	1,24
tl	T	3,764	0,142	26,52
Для модели (46)				
$E0$	–	-2940,356	620,990	4,73
fl	φ	145,865	43,027	3,39
dl	d	9949,851	3326,599	2,99
ul	U	156,873	43,393	3,62
tl	T	11,167	1,844	6,05
$fldl$	$\varphi \cdot d$	-267,769	60,315	4,44
$fltl$	$\varphi \cdot T$	-0,268	0,126	2,12
$dltl$	$d \cdot T$	-35,766	9,762	3,66
$ulfl$	$U \cdot \varphi$	-18,103	3,338	5,42
$uldl$	$U \cdot d$	-544,553	239,504	2,27
$ultl$	$U \cdot T$	-0,523	0,128	4,08
$fldlul$	$\varphi \cdot d \cdot U$	58,313	12,353	4,72
$fltlul$	$\varphi \cdot T \cdot U$	0,058	0,010	5,97
$fldltlul$	$\varphi \cdot d \cdot T \cdot U$	-0,181	0,034	5,27
$dltlul$	$d \cdot T \cdot U$	1,786	0,701	2,55

Сравнение погрешностей моделей

Таблица 4

Comparison of model errors

Table 4

Модель	Погрешность модели	Фактическое значение, %	Изменение погрешности по отношению к линейной (1), %
Линейная (1)	Минимальная	0,021	–
	Максимальная	78,849	–
	Средняя	17,978	–
Линейная (1) от 0 до 10 В	Минимальная	0,021	–
	Максимальная	78,849	–
	Средняя	19,864	–
Линейная (1) от 10 до 20 В	Минимальная	0,024	–
	Максимальная	72,917	–
	Средняя	15,528	–
ЛУЭВФ (2)	Минимальная	0,02	-4,76
	Максимальная	61,464	-22,05
	Средняя	13,027	-27,54
ЛУЭВФ (2) от 0 до 10 В	Минимальная	0,034	61,90
	Максимальная	60,232	-23,61
	Средняя	14,3	-28,01
ЛУЭВФ (2) от 10 до 20 В	Минимальная	0,02	-16,67
	Максимальная	61,464	-15,71
	Средняя	11,478	-26,08
Линейная на интервале от 0 до 10 В (3а)	Минимальная	0,005	-76,19
	Максимальная	74,687	-5,28
	Средняя	15,784	-20,54
ЛУЭВФ на интервале от 0 до 10 В (4а)	Минимальная	0,00032	-98,48
	Максимальная	72,425	-8,15
	Средняя	10,817	-45,54
Линейная на интервале от 10 до 20 В (3б)	Минимальная	0,025	4,17
	Максимальная	79,078	8,45
	Средняя	15,071	-2,94
ЛУЭВФ на интервале от 10 до 20 В (4б)	Минимальная	0,028	16,67
	Максимальная	55,378	-24,05
	Средняя	8,695	-44,00

Для участка изменения $U_{\text{п}}$ (10...20) В получены оценки параметров моделей (табл. 3) с учетом их значимости следующих видов.

Линейная модель:

$$C = -334,736 + 33,54 \cdot \varphi - 3849,494 \cdot d - 1,335 \cdot U + 3,764 \cdot T. \quad (36)$$

Модель ЛУЭВФ:

$$C = -2940,356 + 145,865 \cdot \varphi + 9949,851 \cdot d + 156,873 \cdot U + 11,167 \cdot T - 267,769 \cdot \varphi \cdot d - 0,268 \cdot \varphi \cdot T - 35,766 \cdot d \cdot T - 18,103 \cdot U \cdot \varphi - 544,553 \cdot U \cdot d - 0,523 \cdot U \cdot T + 58,313 \cdot \varphi \cdot d \cdot U + 0,058 \cdot \varphi \cdot T \cdot U + 1,786 \cdot d \cdot T \cdot U - 0,181 \cdot \varphi \cdot d \cdot T \cdot U. \quad (46)$$

Данные о полученных моделях и сравнение их с линейной (1) моделью сведен в таблицу 4, где в столбце 4 приводится изменение погрешности моделей по отношению к линейной модели (1).

Анализ таблицы 4 позволил сделать следующие выводы:

- линейные модели (1) и (3) во всем диапазоне изменения поляризующего напряжения и при делении его на два интервала не позволили снизить среднюю ошибку аппроксимации менее чем на 15 %;

- модель ЛУЭВФ (2) позволила уменьшить среднюю ошибку аппроксимации на ~26 % по отношению к модели (1);

- наилучшие результаты были получены по модели ЛУЭВФ (4) на интервалах изменения поляризующего напряжения (0...10 В) и (10...20 В), где среднюю ошибку аппроксимации удалось снизить до 10,817 % и 8,695 % соответственно, а сравнение с линейной моделью (1) показало ее уменьшение на ~45 %.

Таким образом, наилучшую аппроксимацию экспериментальных данных дает модель (4), учитывающая эффекты взаимодействия факторов с разбиением на два интервала.

Из проведенного анализа следует, что для более точного описания зависимости электрической емкости ячейки с МНЖ от толщины микрослоя, температуры среды, величины поляризующего напряжения и объемной концентрации дисперсной фазы необходимо применение нелинейных регрессионных моделей.

Литература

1. Круг Г.К., Сосулин Ю.А., Фатуев В.А. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. М.: Наука, 1977. 208 с.

2. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия. М.: Диалектика, 2007. 912 с.

3. Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. М.: Финансы и статистика, 1981. 302 с.

4. Гайдышев И.П. Анализ и обработка данных: специальный справочник. СПб: Питер, 2001. 752 с.

5. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966. 566 с.

6. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973. 899 с.

7. Кожевников В.М., Морозова Т.Ф., Филиппов С.А. Статистическая обработка результатов исследования электрофизических свойств тонких слоев магнитной жидкости // Сб. науч. тр. СтГУ: Естественнаучная. 1999. Вып. 2. С. 104–107.

8. Морозова Т.Ф., Демин М.С., Морозов А.С. Регрессионный анализ экспериментальных данных электрофизических свойств тонких слоев магнитной жидкости // Наука в современном информационном обществе: матер. IX Междунар. науч.-практич. конф. США, Северный Чарльстон. Изд-во CreateSpace, 2016. С. 136–139.

9. Kozhevnikov V.M., Morozova T.F. Dielectric permittivity of a magnetic fluid stratum in electric and magnetic fields. *Magnetohydrodynamics*, 2001, vol. 37, no. 4, pp. 383–388.

10. Морозова Т.Ф., Демин М.С. Анализ взаимосвязи процессов поляризации с микроструктурированием в слое магнитной жидкости // Журн. технич. физики. 2017. Т. 87. № 2. С. 286–293.

11. Кожевников В.М., Ларионов Ю.А., Демин М.С. Электрокинетические параметры магнитодиэлектрического коллоида в нестационарных режимах при воздействии электрического и магнитного полей // Вестн. Сев.-Кавказ. гос. технич. ун-та. 2007. № 1. С. 56–61.

12. Бююль А., Цефель П. SPSS: искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей. СПб: ДиаСофтЮп, 2005. 608 с.

13. Пользовательские таблицы 24 IBM SPSS. URL: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/ru/client/Manuals/IBM_SPSS_Custom_Tables.pdf (дата обращения: 01.10.2016).

14. IBM SPSS Statistics Base 24. URL: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/ru/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Base.pdf (дата обращения: 01.10.2016).

15. IBM SPSS Statistics 24: Руководство пользователя. URL: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/ru/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Core_System_User_Guide.pdf (дата обращения: 01.10.2016).

16. Elliott A.C., Woodward W.A. IBM SPSS by example: a practical guide to statistical data analysis. SAGE Publ., Inc., 368 p.

17. Meyers L.S., Gamst G.C., Guarino A.J. Performing data analysis using IBM SPSS. Wiley Publ., 736 p.

DEVELOPMENT AND INVESTIGATION OF LINEAR REGRESSION MODELS OF CAPACITANCE OF MAGNETIC NANOFLUIDS MICROLAYERS

T.F. Morozova¹, Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, morozova2701005@mail.ru

M.S. Demin¹, Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, demin_ms@mail.ru

A.S. Morozov¹, Graduate Student, timss1993@yandex.ru

¹ North-Caucasus Federal University, Pushkin St. 1, Stavropol, 355009, Russian Federation

Abstract. The paper presents the results of the analysis and synthesis of linear regression models, which describe experimental studies of electric capacity of a cell with a magnetic nanofluid (MNF) microlayer, when changing the following input

parameters (factors): a polarizing voltage (0...20 V), a dispersed phase volume concentration (2,3...14,4 %), an interelectrode distance (100...200 μm), layer temperature (293...368 K).

The article shows two- and three-dimensional MNF microlayer capacitance curves depending on input parameters. Dependence analysis showed high electrical capacity at ~340 K within the studied concentration range. While changing a dispersed phase concentration from 2,3 % to 14,4 % and using a polarizing voltage, there is also characteristic electrical capacitance maximum which becomes more evident at higher temperatures. With increasing dispersed phase concentration, the magnitude of polarizing voltage increases when the electrical capacitance maximum is detected.

To get a mathematical model linking the cell capacitance with MNF and its parameters (factors), the authors used IBM SPSS Statistics (the software for statistical analysis). The obtained regression models take into account the main factors and the effects of their interaction. The paper shows the analysis of the obtained models and estimates their errors (approximation errors).

While evaluating errors, the authors considered the minimum, maximum and average errors. Based on these data they made the conclusions on the model appropriateness. The best approximation of the experimental data is in the model that takes into account the effects of factor interaction.

Keywords: magnetic nanofluids, concentration, microlayer, polarization, electric field, regression model, approximation.

References

1. Krug G.K., Sosulin Yu.A., Fatuev V.A. *Planirovanie eksperimenta v zadachakh identifikatsii i ekstrapolyatsii* [Planning an Experiment in Identification and Extrapolation Problems]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 208 p.
2. Dreyper N., Smit G. *Prikladnoy regressionny analiz. Mnozhestvennaya regressiya* [Applied Regression Analysis. Multiple Regression]. 3-e izd. Moscow, Dialektika Publ., 2007, 912 p.
3. Forster E., Ronz B. *Metody korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza* [Methods of Correlation and Regression Analysis]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1981, 302 p.
4. Gaydyshev I.P. *Analiz i obrabotka dannykh: spetsialny spravochnik* [Data Analysis and Processing: a Special Guide]. St. Petersburg, Piter Publ., 2001, 752 p.
5. Kendall M., Stuart A. *The Advanced Theory of Statistics*. Charles Griffin Publ., London, 1943 (Russ.ed.: Moscow, Nauka Publ., 1966, 566 p.).
6. Kendall M., Stuart A. *The Advanced Theory of Statistics. Vol. 2: Inference and Relationship*. Hafner Publ. Company, 1961 (Russ.ed.: Moscow, Nauka Publ., 1973, 899 p.).
7. Kozhevnikov V.M., Morozova T.F., Filippov S.A. Statistical processing of the results of the investigation on electrophysical properties of magnetic fluid thin layers. *Sb. nauch. tr. StGTU, ser. "Estestvennonauchnaya"* [Proc. Stavropol State Technical Univ.]. 1999, iss. 2, pp. 104–107 (in Russ.).
8. Morozova T.F., Demin M.S., Morozov A.S. Regression analysis of experimental data of electrophysical properties of thin layers of a magnetic fluid. *Nauka v sovremennom informatsionnom obshchestve: mater. IX Mezhdunar. nauch.-praktich. konf.* [Science in the Modern Information Society: Proc. 9th Int. Science and Practice Conf.]. CreateSpace Publ., 2016, pp. 136–139 (in Russ.).
9. Kozhevnikov V.M., Morozova T.F. Dielectric permittivity of a magnetic fluid stratum in electric and magnetic fields. *Magnetohydrodynamics*. 2001, vol. 37, no. 4, pp. 383–388.
10. Morozova T.F., Demin M.S. Analysis of the interrelation between the processes of polarization and microstructuring in a magnetic fluid layer. *Technical Physics*. 2017, vol. 62, iss. 2, pp. 314–321.
11. Kozhevnikov V.M., Larionov Yu.A., Demin M.S. Electrokinetic parameters of a magnetodielectric colloid in nonstationary regimes under the influence of electric and magnetic fields. *Vestn. Sev.-Kavkaz. gos. tekhnich. un-ta* [The Bulletin of North-Caucasus State Tech. Univ.]. 2007, no. 1, pp. 56–61 (in Russ.).
12. Byuyul A., Tsefel P. *SPSS: iskusstvo obrabotki informatsii. Analiz statisticheskikh dannykh i vosstanovlenie skrytykh zakonomernostey* [SPSS: the Art of Information Processing. Analysis of Statistical Data and Restoration of Hidden Patterns]. St. Petersburg, DiaSoftYup Publ., 2005, 608 p.
13. *Polzovatel'skie tablitsy 24 IBM SPSS* [24 IBM SPSS User Tables]. Available at: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/ru/client/Manuals/IBM_SPSS_Custom_Tables.pdf (accessed October 1, 2016).
14. *IBM SPSS Statistics Base 24*. Available at: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/ru/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Base.pdf (accessed October 1, 2016).
15. *IBM SPSS Statistics 24: Rukovodstvo polzovatelya* [IBM SPSS Statistics 24: User Guide]. Available at: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/ru/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Core_System_User_Guide.pdf (accessed October 1, 2016).
16. Elliott A.C., Woodward W.A. *IBM SPSS by Example: A Practical Guide to Statistical Data Analysis*. 2015, 2nd ed., SAGE Publ., 368 p.
17. Meyers L.S., Gamst G.C., Guarino A.J. *Performing Data Analysis Using IBM SPSS*. Wiley Publ., 736 p.