УДК 004.032.26

DOI: 10.15827/0236-235X.120.567-573

Дата подачи статьи: 06.07.17

2017. Т. 30. № 4. С. 567–573

ИНТЕРВАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В СТРУКТУРЕ НЕЧЕТКОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПРИ УПРАВЛЕНИИ СЛОЖНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

А.Ю. Пучков, к.т.н., доцент, putchkov63@mail.ru;

*М.И. Дли, д.т.н., профессор, зам. директора по научной работе, midli@mail.ru
(Смоленский филиал Национального исследовательского университета МЭИ,
Энергетический проезд, 1, г. Смоленск, 214013, Россия)*

В статье предложена методика вычисления оценок процессов, протекающих на сложных технологических объектах, основанная на применении интервальных методов к дифференциальному векторно-матричному уравнению, описывающему фильтр Калмана.

В отличие от методов решения дифференциального уравнения, описывающего фильтр Калмана, в классе вещественных чисел применение интервального счисления позволяет учесть неопределенность и неточность исходных данных, обусловленные различными факторами. К числу таких факторов относятся ошибки измерительной аппаратуры, зависящие от класса точности прибора, ошибки округления при проведении численных расчетов, погрешности дискретизации как по времени, так и по уровню. Свой вклад в неточность могут вносить и применяемые математические методы, в частности, использование нечетко-логического подхода к нахождению матрицы формирующего фильтра при описании процессов, протекающих на сложных технологических объектах, что обусловлено субъективизмом при формировании параметров нечетких моделей: видов функций принадлежности, количества термов переменных, правил, заполняющих базу знаний.

Новизна предложенного подхода заключается в разработанной методике получения интервальных оценок состояния процесса в условиях неточности исходной информации на основе применения методов решения интервально-дифференциальных уравнений, позволяющих свести решение дифференциальных уравнений к более простому решению систем алгебраических уравнений.

Представлены этапы решения уравнения, описывающего фильтр Калмана, которые состоят в переходе от дифференциального векторно-матричного уравнения фильтра к скалярной форме, а затем от него к интервально-дифференциальной форме и системе алгебраических уравнений. Решение этой системы дает искомый диапазон, внутри которого находятся оценки состояния процесса.

Приведены иллюстративный пример и результаты работы реализующей предложенную методику программы, написанной на языке MATLAB.

Ключевые слова: *неточность исходных данных, интервально-дифференциальные уравнения, фильтр Калмана, нечеткая логика.*

Обеспечение устойчивого функционирования сложных технологических объектов требует применения иерархических схем построения управляющих алгоритмов, базирующихся на развитом математическом аппарате. Иерархическая структура подразумевает применение целого спектра методов и подходов: если на нижних уровнях управления информация с датчиков отслеживается и обрабатывается в реальном времени и применяется в относительно простых, «стандартных» законах регулирования (пропорциональных, пропорционально-интегральных и т.д.), то с возрастанием уровня иерархии алгоритмы усложняются, приобретают актуальность интеллектуальные методы анализа данных. Это обуславливают прежде всего следующие факторы: большой объем обрабатываемой информации; ухудшение ее структурированности; акцентированное проявление таких свойств исходных данных, как неточность, «размытость», искаженность; желание использовать дополнительную информацию об исследуемом процессе, выраженную в лингвистической форме. Помимо этого, возникают задачи стратегического планирования и управления всем предприятием, решение которых выходит за функциональные рамки чисто технических устройств [1].

Необходимость решения задач управления в условиях действия указанных факторов обусловила появление методов обработки данных, позволяющих преодолевать эти трудности, применяя такие интеллектуальные методы, как искусственные нейронные сети, нечеткая логика, когнитивные карты [2–4]. Однако и эти методы не лишены недостатков. Один из них вызван влиянием субъективизма на параметры математической модели управляемого процесса. Для нечеткой логики это проявляется в субъективном подходе к выбору структуры и наполнения базы знаний, вида функций принадлежности, количества термов переменных. Для нейронной сети – к выбору архитектуры, вида нейронов, функций активации и т.д. Кроме этого, сами операции над нечеткими числами могут определяться по-разному, что влияет на результат и требует дополнительно решать вопросы его устойчивости [5].

С другой стороны, на практике бывает проще указать диапазоны значений параметров, не вдаваясь в детальное описание их поведения внутри диапазона. Такой подход привел к разработке математического аппарата, способного оперировать интервальными величинами [6], а также позволил создавать так называемые робастные системы

управления объектами с неизвестной или неполной математической моделью, содержащей неопределенности [7]. Робастный регулятор сохраняет выходные переменные системы и сигналы ошибки в заданных допустимых пределах, несмотря на наличие неопределенностей в контуре управления. На современном этапе развития теории управления применение робастного подхода продолжает расширяться – дополняется интеллектуальными методами [8], реализуется в задачах оценивания параметров [9].

Проводить расчеты систем при наличии неточности исходных данных, учитывать погрешности дискретизации, ошибки округления при расчетах на вычислительных машинах позволяет *интервальный анализ* (ИА), рассматриваемый как обобщение модели вещественных чисел на диапазоны их значений. В отличие от обычной алгебры в ИА действия производятся над интервальными числами $\tilde{w}$, задаваемыми как замкнутые диапазоны вещественных чисел:

$$\tilde{w} = [w_1, w_2 | w_1 \leq w \leq w_2]. \quad (1)$$

Модели большинства технологических объектов управления могут быть представлены линейными функциями или быть линеаризованными. Поэтому вопрос о возможности описания объекта, модель которого принадлежит к классу непрерывных функций, с помощью интервальных оценок решается на основании проверки выполнения условия Гёльдера–Липшица, вводящего ограничения на приращение функции [10].

Разработан целый ряд приемов и приложений интервальных вычислений, в том числе методы решения интервально-дифференциальных уравнений [11, 12], некоторые из которых реализованы в программной среде [13]. Получаемые с помощью ИА результаты содержат точные решения исходных задач, хотя не всегда длина получаемых интервалов может удовлетворять предъявляемым требованиям. Причинами неточности также могут быть дефицит информации о системе и искажения, вызванные наличием шумов (как в каналах связи, так и в самих измерительных устройствах).

Снижение влияния шумов на результаты измерений может быть достигнуто с помощью применения частотной или стохастической фильтрации. Частотная фильтрация возможна, если спектр объекта и помехи разнесены по оси частот, в противном случае речь должна идти об оценке наиболее вероятного состояния объекта на основе получаемых зашумленных данных, например, с помощью фильтра Калмана [14]. Этот фильтр представляет собой векторно-матричное дифференциальное уравнение, для решения которого предлагается применить методы ИА.

Задача оценивания состояния является обобщением частных подзадач, таких как сглаживание, фильтрация и экстраполяция. Они отличаются положением момента времени t , для которого оцени-

вается состояние системы, относительно времени поступления данных t_0 . Если $t < t_0$, то это задача сглаживания, при $t = t_0$ – фильтрация, при $t > t_0$ – экстраполяция. При управлении технологическими объектами наибольшую ценность представляет фильтрация сигналов, позволяющая в режиме реального времени контролировать протекающие процессы и своевременно обеспечивать регулируемую аппаратуру актуальной информацией, поэтому в дальнейшем будем рассматривать предлагаемую методику построения калмановского оценивателя в рамках задачи фильтрации.

Применение фильтра Калмана на начальном этапе предполагает получение модели (формирующего фильтра) контролируемого процесса в форме векторно-матричного дифференциального уравнения:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{x}(t) = [x(t), x^{(1)}(t), x^{(2)}(t) \dots x^{(n)}(t)]^T$ – вектор состояния системы, содержащий производные разных порядков сигнала $x(t)$; $\mathbf{a}(t)$ – матрица системы размера $n \times n$; $\mathbf{v}(t)$ – векторный белый шум с ковариационной матрицей $\mathbf{r}(t)$, который может быть получен из другого процесса $v_0(t)$ с помощью преобразования $\mathbf{v}(t) = \mathbf{b}(t)v_0(t)$, где $\mathbf{b}(t)$ – матрица, обеспечивающая преобразование и согласование размерностей для корректного выполнения матричных операций.

Фильтр описывается векторно-матричным дифференциальным уравнением относительно оценки $\hat{\mathbf{x}}(t)$ состояния системы:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{a}(t)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{k}(t)(\mathbf{u}(t) - \mathbf{c}(t)\hat{\mathbf{x}}(t)), \quad (3)$$

где $\mathbf{k}(t)$ – матричный коэффициент усиления фильтра Калмана; $\mathbf{c}(t)$ – матрица измерений, обеспечивающая согласование размерности вектора состояний и наблюдения $\mathbf{u}(t)$.

Нахождение значений элементов матриц из (2) является нетривиальной задачей, поэтому в данном случае исследователь сам выбирает тот или иной способ его получения. Например, это можно выполнить на основе знания физических взаимосвязей сигналов в моделируемом процессе, применить факторизацию спектра (при известных частотных характеристиках процесса), а иногда, особенно для сложных объектов, приходится применять методы нечеткой логики. В результате получается нечеткий фильтр Калмана, расчет которого базируется на результатах процедуры нечеткого вывода по определению матрицы $\mathbf{a}(t)$ [15, 16].

Один из возможных подходов к учету неопределенности элементов матрицы $\mathbf{a}(t)$ изложен в [9], однако там остается без внимания неопределенность, вызванная флуктуациями временных интервалов обработки информации, а это приводит к тому, что аргумент t в (3) также может быть описан интервальными величинами.

Предлагаемая методика решения (3) на основе ИА базируется на изложенном в [12] подходе и

предусматривает несколько этапов. На первом этапе (3) заменяется функцией вида

$$F\left(\hat{x}(t), \widehat{x^{(1)}}(t), \widehat{x^{(2)}}(t), \dots, \widehat{x^{(n)}}(t), t\right) = 0, \quad (4)$$

где $\widehat{x^{(n)}}(t)$ – производная n -го порядка, $\hat{\bullet}$ и $\bullet$ – циркумфлекс (здесь и далее по тексту).

Это можно сделать на основании структуры вектора состояния $\mathbf{x}(t)$, который содержит в себе производные $x(t)$ до $(n-1)$ -го порядка включительно, а следовательно, (3) можно представить как

$$\begin{aligned} \widehat{\dot{\mathbf{x}}}(t) = & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}(t) \\ \widehat{x^{(1)}}(t) \\ \dots \\ \widehat{x^{(n-1)}}(t) \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} k_{11}(t) & \dots & k_{1m}(t) \\ k_{21}(t) & \dots & k_{2m}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{n1}(t) & \dots & k_{nm}(t) \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_m(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_{11}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & \dots & c_{2n}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{m1}(t) & \dots & c_{mn}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{x^{(1)}}(t) \\ \widehat{x^{(2)}}(t) \\ \dots \\ \widehat{x^{(n)}}(t) \end{pmatrix} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Выполняя матричные операции и раскрывая скобки в (5), запишем последнюю строку матричного результата:

$$\begin{aligned} \widehat{x^{(n)}}(t) = & a_{n1} \hat{x}(t) + a_{n2} \widehat{x^{(1)}}(t) + \dots \\ & + a_{nm} \widehat{x^{(n-1)}}(t) + k_{n1}(t) u_1(t) + k_{n2}(t) u_2(t) + \dots \\ & + k_{nm}(t) u_m(t) - k_{n1}(t) c_{m1}(t) \hat{x}(t) - \\ & - k_{n2}(t) c_{m2}(t) \widehat{x^{(1)}}(t) - \dots - k_{nm}(t) c_{mn}(t) \widehat{x^{(n-1)}}(t), \end{aligned} \quad (6)$$

а после переноса влево правой части получаем:

$$\begin{aligned} \widehat{x^{(n)}}(t) - & a_{n1} \hat{x}(t) - a_{n2} \widehat{x^{(1)}}(t) - \dots \\ & - a_{nm} \widehat{x^{(n-1)}}(t) - k_{n1}(t) u_1(t) - k_{n2}(t) u_2(t) - \dots \\ & - k_{nm}(t) u_m(t) + k_{n1}(t) c_{m1}(t) \hat{x}(t) + \\ & + k_{n2}(t) c_{m2}(t) \widehat{x^{(1)}}(t) + \dots \\ & + k_{nm}(t) c_{mn}(t) \widehat{x^{(n-1)}}(t) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Выражение (7) содержит все искомые компоненты оценки вектора состояния объекта и соответствует требуемой для дальнейшего применения методов ИА форме (4).

На втором этапе осуществляется переход к интервальным величинам в (7):

$$\begin{aligned} & \widehat{\tilde{x}^{(n)}}(\tilde{t}) - a_{n1} \tilde{x}(\tilde{t}) - a_{n2} \widehat{\tilde{x}^{(1)}}(\tilde{t}) - \dots \\ & - a_{nm} \widehat{\tilde{x}^{(n-1)}}(\tilde{t}) - k_{n1}(\tilde{t}) u_1(\tilde{t}) - k_{n2}(\tilde{t}) u_2(\tilde{t}) - \dots \\ & - k_{nm}(\tilde{t}) u_m(\tilde{t}) + k_{n1}(\tilde{t}) c_{m1}(\tilde{t}) \tilde{x}(\tilde{t}) + \\ & + k_{n2}(\tilde{t}) c_{m2}(\tilde{t}) \widehat{\tilde{x}^{(1)}}(\tilde{t}) + \dots \\ & + k_{nm}(\tilde{t}) c_{mn}(\tilde{t}) \widehat{\tilde{x}^{(n-1)}}(\tilde{t}) = \tilde{d}, \end{aligned} \quad (8)$$

или в общем виде:

$$\tilde{F}(\tilde{x}(\tilde{t}), \widehat{\tilde{x}^{(1)}}(\tilde{t}), \dots, \widehat{\tilde{x}^{(n)}}(\tilde{t}), \tilde{t}) = \tilde{d}, \quad (9)$$

где $\tilde{F}$ – интервальная функция; $\widehat{\tilde{x}^{(i)}}$ – интервальные производные i -го порядка ($i = 1, \dots, n$); $\tilde{t} = [t_1, t_2]$ – интервальный аргумент; $\tilde{d} = [d_1, d_2]$ – интервал, характеризующий диапазон возможных значений $\tilde{F}$.

Производные i -го порядка ($i = 1, \dots, n$) в (8) определяются в соответствии с формулами

$$\begin{aligned} \widehat{\tilde{x}^{(i)}}(t) = \tilde{x}_i^{(i)} &= [x_{1,i}^{(i)}(\tilde{t}), x_{2,i}^{(i)}(\tilde{t})] = \\ &= \left[-\frac{2^{i-1}(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(t_2 - t_1)^i}, \frac{2^{i-1}(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(t_2 - t_1)^i} \right], \end{aligned}$$

где $x_{1,i}^{(i)}(\tilde{t})$, $x_{2,i}^{(i)}(\tilde{t})$ – нижняя и верхняя граничные функции интервальной производной i -го порядка от интервальной функции $\tilde{x}(\tilde{t}) = [x_1(\tilde{t}), x_2(\tilde{t})]$ (см. [12]).

Для существования производных предполагается, что функция $x(t)$ непрерывна, по крайней мере, в рабочем диапазоне изменения аргумента. Обоснованием выполнимости этого условия может служить тот факт, что (1) описывает модель процесса, протекающего в реальной динамической системе, обладающей инерционностью. Интервальное описание независимой переменной t обусловлено, в частности, тем, что интервалы дискретизации непрерывных сигналов с датчиков могут быть не постоянными, а подвергаться случайным флуктуациям по тем или иным причинам [17], поэтому аргумент t в (3) может описываться интервальным числом (1).

Третий этап решения заключается в записи (8) с учетом правил выполнения интервальных алгебраических операций, которые могут вводиться разными преобразованиями, но в дальнейшем будем придерживаться введенных в [12]:

$$\begin{aligned} \tilde{w} + \tilde{v} &= [w_1, w_2] + [v_1, v_2] = [w_1 + v_1, w_2 + v_2], \\ \tilde{w} - \tilde{v} &= [w_1, w_2] - [v_1, v_2] = [w_1 - v_1, w_2 - v_1], \\ \tilde{w} \cdot \tilde{v} &= [w_1, w_2] \cdot [v_1, v_2] = [\min(w_i \cdot v_j), \max(w_i \cdot v_j)], \\ k\tilde{w} &= \begin{cases} [kw_1, kw_2], & k > 0, \\ [kw_2, kw_1], & k < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Проводя действия с интервальными величинами по указанным правилам, получаем явную

форму записи интервальных чисел:

$$[F_1(t_1, t_2, x_1, x_2), F_2(t_1, t_2, x_1, x_2)] = [d_1, d_2]. \quad (11)$$

На основании теоремы о том, что любое интервально-дифференциальное уравнение эквивалентно системе двух алгебраических уравнений [12], из (11) получаем систему вида:

$$\begin{cases} F_1(t_1, t_2, x_1, x_2) = d_1, \\ F_2(t_1, t_2, x_1, x_2) = d_2, \end{cases} \quad (12)$$

решение которой дает искомое решение интервально-дифференциального уравнения (8).

В результате проведенных выкладок предложенная методика нахождения оценок параметров состояния технологического объекта на основе применения методов ИА в общей структуре нечеткого фильтра Калмана может быть представлена в виде алгоритма, показанного на рисунке 1.

Реализация алгоритма выполнена в системе MATLAB, имеющей встроенный язык программирования, содержащий широкий набор математических матричных функций, а также обладающей удобным интерфейсом для разработки. Интервальные алгебраические операции оформлены в виде *m*-файлов с подпрограммами-функциями, описывающими интервальные операции в соответствии с (10). Программа разрабатывалась в среде визуального программирования GUIDE MATLAB, ее главная форма представлена на рисунке 2.

Окно разделено панелями на области, отвечающие за различные стадии работы алгоритма. Программа предоставляет возможность выбора источника значений входного сигнала, а также приемника результатов расчетов, что позволяет учесть требования пользователя к дальнейшей обработке этих результатов. Наглядность вычислений обеспечивает наличие поля для графиков, отражающих нижний и верхний граничные интервалы оценки сигнала на каждом шаге расчета, а также сам сигнал. Помимо представленной на рисунке 2 главной формы, в программе присутствуют диалоговые окна для ввода уточняющей информации, например, задание начальных условий для решения дифференциального уравнения, сообщений о некорректных действиях и других.

Проиллюстрируем предложенный подход к решению дифференциального уравнения, описывающего фильтр Калмана. Пусть фильтрации подвергаются показания датчика, которые могут находиться в диапазоне 0–5 вольт. Фильтр представлен векторно-матричным уравнением

$$\begin{pmatrix} \hat{x}^{(1)}(t) \\ \hat{x}^{(2)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.2 & -0.91 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}^{(1)}(t) \\ \hat{x}^{(2)}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0.31 \end{pmatrix} \left(u(t) - (1 \ 0) \begin{pmatrix} \hat{x}^{(1)}(t) \\ \hat{x}^{(2)}(t) \end{pmatrix} \right). \quad (13)$$

В соответствии с первым этапом проводится перенос правой части влево, выполняются матричные операции и выделяется последняя строка в итоговой матрице:

$$\hat{x}^{(2)}(t) + 0.2\hat{x}^{(1)}(t) + 0.91\hat{x}^{(2)}(t) + 0.31\hat{x}^{(1)}(t) - 0.31u(t) = 0.$$

На следующем этапе переходим к интервальным величинам:

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{2(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(t_2 - t_1)^2}, \frac{2(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(t_2 - t_1)^2} \right] + \\ & + 0.51[x_1(\tilde{t}), x_2(\tilde{t})] + \\ & + 0.91 \left[-\frac{(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(t_2 - t_1)}, \frac{(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(t_2 - t_1)} \right] - \\ & - 0.31\tilde{u}(\tilde{t}) = [d_1, d_2]. \end{aligned} \quad (14)$$

Рис. 2. Главная форма программы

Fig. 2. Main form of the program

В (14) надо задать границы интервала возможных значений аргумента, которые определяются на основе каких-либо данных о процессе обработки информации в системе управления, например, на основе среднеквадратичной ошибки длины интервала дискретизации. Пусть $\tilde{t} = [0.5, 1.5]$ сек. Задание $\tilde{d} = [d_1, d_2]$ выполним на основе применения нормы матрицы системы $\|A\|$ в (13) и ориентировочных расчетов: $\frac{dx}{dt} = \|A\| x \rightarrow x = e^{\|A\|t} \rightarrow d_i = e^{\|A\|t_i}$.

В данном случае $d_1 = e^{0.11 \cdot 0.5} = 1.057$, $d_2 = e^{0.11 \cdot 1.5} = 1.179$. Отметим, что здесь под нормой $\|A\|$ понимается максимальная из сумм модулей элементов строк. Сигнал $\tilde{u}(\tilde{t})$ также заменяется на интервальную величину $[u_1, u_2]$ на основании информации о его среднеквадратичной ошибке и для определенности примем $\tilde{u}(\tilde{t}) = [0.9, 1.1]$, в результате (14) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{2(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(1.5 - 0.5)^2}, \frac{2(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(1.5 - 0.5)^2} \right] + \\ & + 0.51[x_1(\tilde{t}), x_2(\tilde{t})] + \\ & + 0.91 \left[-\frac{(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(1.5 - 0.5)}, \frac{(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))}{(1.5 - 0.5)} \right] - \\ & - 0.31[0.9, 1.1] = \\ & = [-2(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t})), 2(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))] + \\ & + 0.51[x_1(\tilde{t}), x_2(\tilde{t})] + \\ & + 0.91[-(x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t})), (x_2(\tilde{t}) - x_1(\tilde{t}))] - \\ & - 0.31[0.9, 1.1] = [1.057, 1.179]. \end{aligned}$$

На третьем этапе, реализуя интервальные операции, получаем систему вида (12):

$$\begin{cases} -2.91x_2 + 3.42x_1 - 0.341 = 1.057, \\ 3.41x_2 - 2.91x_1 - 0.279 = 1.179. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим $x_1 = 2.821$, $x_2 = 2.835$. Такие вычисления проводятся для всего временного интервала, на котором оцениваются параметры объекта. Этот процесс автоматизирует описанная выше программа. В ней имитируются оцениваемый сигнал (компонент x_1 вектора состояний, значения которого могут быть взяты из файла или таблиц Excel) и шум измерений с характеристиками, на основании которых получено уравнение (13). Проводя расчеты для всего временного отрезка, на котором осуществляется оценка, получаем «полосу» решений, показанную на рисунке 2 в поле графика.

Из рисунка 2 следует, что для всех дискретных отсчетов времени исходный сигнал x_1 находится между нижней и верхней границами интервального числа, описывающего оценку, получаемую с помощью фильтра Калмана. Данное обстоятельство может служить подтверждением работоспособности представленного подхода, позволяющего осуществлять оценивание параметров системы при неточных исходных данных.

В заключение конкретизируем основные результаты работы.

1. Предложен новый подход к решению дифференциального векторно-матричного уравнения фильтра Калмана в условиях действия какой-либо неопределенности данных, имеющей место как при получении этого описания (если были применены методы нечеткой логики), так и в процессе работы алгоритма (например, неустойчивости интервала дискретизации), на основании математического аппарата ИА.

2. Конкретизирован алгоритм нахождения калмановских оценок параметров состояния технологического объекта на основе применения методов ИА.

3. Разработана программа, позволяющая автоматизировать процесс решения уравнения фильтра Калмана, представлен пример ее применения.

Полученные результаты могут найти применение в ПО АСУ технологическим процессом для обеспечения возможности отслеживать и управлять нежелательными тенденциями развития процессов на технологических объектах, своевременно выявлять аварийные и близкие к аварийным режимы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-07-00491 А.

Литература

1. Мешалкин В.П., Белозерский А.Ю., Дли М.И. Методика построения комплексной математической модели управления рисками предприятия металлургической промышленности // Прикладная информатика. 2011. № 3. С. 100–120.
2. Borisov V.V., Fedulov A.S. Generalized rule-based fuzzy cognitive maps: structure and dynamics model. Lecture Notes in Computer Science, 2004, vol. 3316, pp. 918–922.
3. Борисов В.В., Федулов А.С. Способы интеграции нечетких и нейронных сетей // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2007. № 1. С. 5–11.
4. Федулов А.С. Анализ нечетких реляционных когнитивных карт на основе векторно-матричных операций // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2009. № 8. С. 44–48.
5. Федулов А.С. Устойчивая операция аккумуляции нечетких чисел // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2007. № 1. С. 27–39.
6. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск: Изд-во XYZ, 2003. 726 с.
7. Шашихин В.Н. Методы интервального анализа в синтезе робастного управления // Вычислительные технологии. 2001. Т. 6. № 6. С. 118–123.
8. Ульянов С.В., Николаева А.В. Интеллектуальное робастное управление роботом-манипулятором на основе квантовых мягких вычислений // Программные продукты и системы. 2014. № 1. С. 115–123.
9. Воробьев Н.В., Ремизова О.А., Сыровкашин В.В., Фокин А.Л. Увеличение грубости к параметрической неопределенности при решении задачи фильтрации в робастных системах // Изв. СПбГИ (технич. ун-та). 2012. № 14. С. 93–96.
10. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Директ-Медиа, 2013. 847 с.
11. Fiedler M., Nedoma J., Ramik J., Rohn J., Zimmermann K. Linear optimization problems with inexact data. NY, Springer Science+Business Media, 2006, 214 p.
12. Левин В.И. Интервально-дифференциальные уравнения и метод их решения // Вестн. ТГУ. 2015. Т. 20. Вып. 2. С. 302–206.
13. Клатте Р., Кулиш У., Неага М. [и др.]. PASCAL–XSC. Язык численного программирования. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2006. 352 с.
14. Шахтарин Б.И. Фильтры Винера и Калмана. М.: Горячая линия–Телеком, 2014. 408 с.
15. Pavlov D.A., Puchkov A.Yu. Kalman filter in structure of the solution of the return tasks. Proc. III Intern. Conf. Science, technology and igher education. 2013. Westwood, Canada, vol. II, pp. 481–482.
16. Пучков А.Ю., Панченко С.В., Селявский Ю.В. Параметрическая настройка нечеткого фильтра Калмана в системе управления электротермическим реактором // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2016. № 7. С. 51–55.
17. Аверина Т.А. Модифицированный алгоритм статистического моделирования систем со случайным периодом квантования // Вестн. Саратов. гос. политех. ун-та. 2011. Т. 4. № 4. С. 212–218.

INTERVAL DIFFERENTIAL EQUATIONS IN KALMAN FUZZY FILTER STRUCTURE IN COMPLEX TECHNOLOGICAL OBJECT MANAGEMENT

A.Yu. Puchkov¹, Ph.D. (Engineering), Associate Professor, puchkov63@mail.ru

M.I. Dli¹, Dr.Sc. (Engineering), Professor, Deputy Director on Scientific Work, midli@mail.ru

¹ Smolensk Branch of the Moscow Power Engineering Institute, Energetichesky Dr. 1, Smolensk, 214013, Russian Federation

Abstract. The paper proposes an estimation technique of processes in complex technological objects based on using interval methods in a differential vector-matrix equation that describes Kalman filter.

In contrast to methods for solving a differential equation that describes Kalman filter, in real numbers interval notation allows taking into consideration input data uncertainty and inexactness due to different factors. Such factors include measuring equipment errors depending on instrument rating, round-off errors in numerical calculation, time and amplitude sampling errors. Inexactness also depends on mathematical methods, such as using a fuzzy logical approach in forming filter matrix determination when describing processes in complex technological objects. This is due to subjectivity in forming fuzzy model parameters: kinds of membership functions, a number of variable terms, rules of knowledge base filling.

The novelty of the proposed approach is in the developed technique of process state interval estimations in conditions of input data inexactness based on interval differential equations methods. The methods allow reducing solving differential equations to more simplified system of solving polynomial equation.

The paper reviews the steps of solving the equation that determines Kalman filter. The steps consist of a transition from a differential vector-matrix filter equation to a scalar form, then to an interval differential form and a system of polynomial equations. The solution of this system presents the desired range of process state estimations.

The paper shows an exemplification and results of a MATLAB program work based on the proposed technique.

Keywords: inexact input data, interval differential equations, Kalman filter, fuzzy logic.

Acknowledgements. The work has been supported by RFBR grant no. 16-07-00491 A.

References

1. Meshalkin V.P., Belozersky A.Yu., Dli M.I. Constructing integrated model for risk management of metallurgical enterprise. *Prikladnaya informatika* [Applied Informatics]. 2011, no. 3, pp. 100–120 (in Russ.).
2. Borisov V.V., Fedulov A.S. Generalized rule-based fuzzy cognitive maps: structure and dynamics model. *Lecture Notes in Computer Science*. 2004, vol. 3316, pp. 918–922.
3. Borisov V.V., Fedulov A.S. Methods of fuzzy and neural network integration. *Neyrokompyutery: razrabotka, primeneniye* [Journal Neurocomputers]. 2007, no. 1, pp. 5–11 (in Russ.).
4. Fedulov A.S. Analysis of fuzzy relational cognitive maps based on vector-matrix operations. *Neyrokompyutery: razrabotka, primeneniye* [Journal Neurocomputers]. 2009, no. 8, pp. 44–48 (in Russ.).
5. Fedulov A.S. Fuzzy number strong accumulation. *Neyrokompyutery: razrabotka, primeneniye* [Journal Neurocomputers]. 2007, no. 1, pp. 27–39 (in Russ.).
6. Sharyi S.P. *Konechnomernyy intervalnyy analiz* [Finite-interval analysis]. Novosibirsk, XYZ Publ., 2017, 617 p.
7. Shashikhin V.N. Methods of interval analysis in synthesis of robust control. *Vychislitelnye tekhnologii* [Computational Technologies]. 2001, vol. 6, no. 6, pp. 118–123 (in Russ.).
8. Ulyanov S.V., Nikolaeva A.V. Robot-manipulator intellect robust control based on quantum soft computing. *Programmnye produkty i sistemy* [Software & Systems]. 2014, no. 1, pp. 115–123 (in Russ.).
9. Vorobev N.V., Remizova O.A., Syrokvashin V.V., Fokin A.L. Roughness increasing of parametric uncertainty for filtration problem solution in robastic systems. *Izv. SPbGTI (tekhnich. un-ta)* [Bulletin of St PbSIT(TU)]. 2012, no. 14, pp. 93–96 (in Russ.).
10. Verzhbitsky V.M. *Osnovy chislennykh metodov* [Basics of Numerical Methods]. Moscow, Direct-Media Publ., 2013, 847 p.
11. Fiedler M., Nedoma J., Ramik J., Rohn J., Zimmermann K. *Linear optimization problems with inexact data*. NY, Springer Science+Business Media Publ., 2006, 214 p.
12. Levin V.I. The interval-differential equations and method of its solution. *Vestnik TGU. Ser. estestvennyye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University Reports. Series Natural and Technical Sciences]. 2015, vol. 20, iss. 2, pp. 302–306 (in Russ.).
13. Klatte R., Kulisch U., Neaga M., Ratz D., Ullrich C. *PASCAL-XSC: Language Reference with Examples*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg Publ., 1992, 344 p. (Russ. ed.: Moscow, Regul'yarnaya i khaoticheskaya dinamika Publ., 2006, 352 p.).
14. Shakhtarin B.I. *Filtry Vinera i Kalmana* [Wiener and Kalman Filters]. Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2014, 408 p.
15. Pavlov D.A., Puchkov A.Y. Kalman filter in structure of the solution of the return tasks. *Proc. 3rd Int. Conf. Science, Technology and Higher education*. 2013, Westwood, Canada, vol. II, pp. 481–482.
16. Puchkov A.Yu., Panchenko S.V., Selyavsky Yu.V. Parametric adjustment of fuzzy Kalman filter in electro-thermal reactor control system. *Neyrokompyutery: razrabotka, primeneniye* [Journal Neurocomputers]. 2016, no. 7, pp. 51–55 (in Russ.).
17. Averina T.A. Modified algorithm of system with random sampling time statistical modeling. *Vestnik SGTU* [Vestnik SSTU]. 2011, vol. 4, no. 4, pp. 212–218 (in Russ.).