УДК 004.94

DOI: 10.15827/0236-235X.120.668-671

Дата подачи статьи: 16.10.17

2017. Т. 30. № 4. С. 668–671

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС АНАЛИЗА НЕЭКВИДИСТАНТНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

С.А. Прохоров, д.т.н., профессор, зав. кафедрой, sp@smr.ru;

А.А. Столбова, ассистент, anastasiya.stolbova@bk.ru

(Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева,
Московское шоссе, 34, г. Самара, 443086, Россия)

На практике исследователю часто приходится иметь дело с неэквидистантными (нерегулярными) временными рядами. В данной статье рассматриваются алгоритмы их непрерывного вейвлет-преобразования, которое является одним из методов частотно-временного анализа данных.

Предлагается алгоритм для получения массива регулярных сдвигов преобразования, учитывающий нерегулярность исходных данных: выбирается интервал принудительной дискретизации, определяется число сдвигов и вычисляются их значения. На основе предложенного алгоритма разработан алгоритм непрерывного вейвлет-преобразования неэквидистантных временных рядов. В процессе вычисления оценки коэффициентов преобразования учитываются лишь те отсчеты временного ряда, которые попадают в ширину вейвлета.

Преимуществом данного алгоритма является то, что результат преобразования носит регулярный характер. Разработанные алгоритмы реализованы в комплексе программ.

Показаны результаты экспериментов для моделей неэквидистантных временных рядов с р-преобразованием и с дрожанием (с распределением случайной величины по равномерному закону и закону Симпсона). Быстродействие алгоритма повышается за счет учета эффективного радиуса базового вейвлета и вычисления его ширины.

Ключевые слова: непрерывное вейвлет-преобразование, неэквидистантные временные ряды, эффективный радиус.

Одним из активно развивающихся методов спектрального анализа данных является вейвлет-преобразование, коэффициенты которого вычисляются следующим образом:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (1)$$

где $x(t)$ – случайный процесс; $\psi(t)$ – выбранный анализирующий вейвлет; $a \neq 0$ – параметр масштаба; $b \geq 0$ – параметр сдвига [1–3].

Спектральные методы применяются для анализа медицинских сигналов, таких как электрокардиограмма, электроэнцефалограмма, *вариабельность сердечных ритмов* (ВСР), анализа космофизических явлений и в других областях [4–7]. Такие процессы, как правило, являются нестационарными по частоте, и спектральный анализ не позволяет локализовать частоты во времени. В этом случае применимы частотно-временные методы анализа, к которым относится вейвлет-преобразование.

Часто исследователю приходится иметь дело с нестационарными и неэквидистантными данными (например ВСР), то есть $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k = \text{random}$. Типовые модели процессов с нерегулярной дискретизацией данных и методы их анализа рассмотрены в [8, 9]. В работе [10] исследуется метод адаптивного вейвлет-преобразования для модели с пропусками наблюдений, недостатком которого является то, что необходимо знать, в какой момент времени отсчет был пропущен.

При вычислении оценки вейвлет-коэффициентов нерегулярных процессов методом прямоуголь-

ников выражение (1) преобразуется к следующему

$$\text{виду: } W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{k=0}^{N-2} (t_{k+1} - t_k) x_k \psi\left(\frac{t_k - b}{a}\right), \quad (2)$$

где N – число отсчетов реализации неэквидистантного временного ряда.

Выражение для оценки коэффициентов *методом трапеций* имеет вид

$$\begin{aligned} W(a, b) = & \\ = & \frac{1}{2\sqrt{a}} \sum_{k=0}^{N-2} \left(x_{k+1} \psi\left(\frac{t_{k+1} - b}{a}\right) + x_k \psi\left(\frac{t_k - b}{a}\right) \right) \times \\ & \times (t_{k+1} - t_k). \end{aligned} \quad (3)$$

Алгоритм получения массива сдвигов для вейвлет-преобразования неэквидистантных временных рядов. При вычислении вейвлет-преобразования регулярных процессов значения сдвигов определяются как значения, кратные интервалу дискретизации, и для выполнения преобразования достаточно знать лишь порядковый номер сдвига. В случае, когда интервал дискретизации не является константой, предлагается следующий алгоритм получения массива сдвигов.

1. Выбрать принудительный интервал дискретизации Δt_0 , определяемый как минимум, максимум или среднее значение интервалов дискретизации неэквидистантного временного ряда:

$$\Delta t_0 = \begin{cases} \min_k \Delta t_k, \\ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \Delta t_k, \\ \max_k \Delta t_k. \end{cases}$$

2. Определить число отсчетов предполагаемого регулярного временного ряда: $N^* = \text{ent} \left[\frac{t_{N-1} - t_0}{\Delta t_0} \right]$, где $\text{ent}[]$ – операция взятия целой части.

3. Определить число сдвигов: $N_b = \text{ent} \left[\frac{N^*}{K} \right]$, где K – коэффициент прореживания.

4. Получить массив сдвигов: $b_j = j \cdot K \cdot \Delta t_0$, где $j = 0, \dots, N_b - 1$.

Алгоритм оценки коэффициентов вейвлет-преобразования неэквидистантных временных рядов. С учетом описанных выше особенностей алгоритм оценки коэффициентов вейвлет-преобразования временных рядов с нерегулярной дискретизацией будет следующим.

1. Загрузить исследуемый процесс, представленный неэквидистантным временным рядом $[x_{ik} (t_{ik} / \Delta t_{ik})]_{i=0 \dots N_i}^{k=0 \dots N_k}$:

x_0	x_1	...	...	...	x_{k-1}	x_k	x_{k+1}	...	x_{n-1}
-------	-------	-----	-----	-----	-----------	-------	-----------	-----	-----------

2. Получить массив масштабов:

$$a_i = \frac{1}{(\omega_{\min} + i \cdot \Delta \omega)}, \text{ где } i = 0, \dots, N_a - 1; \omega_{\min} -$$

минимальная частота; $\Delta \omega$ – интервал дискретизации частоты:

a_0	a_1	...	...	...	a_{i-1}	a_i	a_{i+1}	...	...
-------	-------	-----	-----	-----	-----------	-------	-----------	-----	-----

3. Получить массив сдвигов по алгоритму, предложенному выше:

b_0	b_1	...	...	...	b_{j-1}	b_j	b_{j+1}	...	...
-------	-------	-----	-----	-----	-----------	-------	-----------	-----	-----

4. Для текущего значения масштаба a_i рассчитать ширину вейвлета w_i : $w_i = 8a_i \Delta t$, где Δt – эффективный радиус базового вейвлета.

5. Вычислить значение коэффициента вейвлет-преобразования, используя выражение (2) или (3). При этом следует учитывать лишь те отсчеты нерегулярного временного ряда, соответствующие временные метки которых попадают в ширину вейвлета относительно текущего сдвига b_j :

$$W_{ij} = \sum_k (t_{k+1} - t_k) x_k \Psi \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right),$$

$$b_j - \frac{w_i}{2} \leq t_k \leq b_j + \frac{w_i}{2}.$$

В связи с тем, что на границах сигнала невозможно использовать все значения вейвлета и появляются погрешности, вычисления рекомендуется производить в случае, если выполняется следующее условие: $\frac{w_i}{2} < b_j < t_{N-1} - \frac{w_i}{2}$. Однако оно не является обязательным.

6. Повторить пункты 4 и 5 для всех масштабов a_i и сдвигов b_j .

Таким образом, результатом работы алгоритма является матрица коэффициентов вейвлет-преоб-

разования. Отметим, что результат преобразования носит регулярный характер, так как функция масштаба обратно пропорциональна равномерно дискретизированной частоте, а предложенный алгоритм вычисления сдвигов предполагает их регулярность.

Программный комплекс. На основе рассмотренных алгоритмов был разработан программный комплекс на языке C# на платформе .NET с применением технологии паттернового проектирования. Он состоит из пяти модулей.

1. Модуль получения исходного процесса, предназначенный для генерирования исходных последовательностей следующих видов:

- случайные стационарные с заданным видом корреляционной функции;
- случайные нестационарные с заданным видом корреляционной функции;
- детерминированные.

Данный модуль позволяет получать процессы как с регулярной дискретизацией данных, так и с нерегулярной.

2. Модуль получения спектральных характеристик сигнала при помощи следующих операций:

- преобразование Фурье;
- оконное преобразование Фурье;
- вейвлет-преобразование с регулярной дискретизацией;
- вейвлет-преобразование с нерегулярной дискретизацией.

3. Модуль, предназначенный для определения погрешностей вычисленных коэффициентов вейвлет-преобразования.

4. Модуль построения вейвлетов. Данный модуль предназначен для вычисления вейвлет-функций. В системе используются десять основных видов вейвлетов. Для их построения необходимо указать число отсчетов вейвлета N , интервал дискретизации вейвлета Δt , масштаб a и сдвиг b .

5. Модуль имитационного моделирования предназначен для моделирования вейвлет-преобразования процессов с нерегулярной дискретизацией данных, оценки адекватности разработанных алгоритмов.

Экспериментальные исследования. Вычислим вейвлет-преобразование для вейвлета Гаусса 8-го порядка и синусоиды:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \sin 2t \Psi \left(\frac{t-b}{a} \right) dt,$$

где $\Psi(t) = (t^8 - 28t^6 + 210t^4 - 420t^2 + 105) \exp(-t^2/2)$.

В качестве эксперимента генерировалось по 29 реализаций временных рядов для каждого типа нерегулярной дискретизации, так как для доверительной вероятности $P_d = 0,95$ число испытаний $M = 29$ при любом законе распределения погрешностей.

Для оценки ошибки вычисления каждого вейвлет-коэффициента определим СКО получен-

$$\text{ных результатов: } \sigma_{ij} = \sqrt{\frac{\sum_{r=0}^M (w_{rij} - \hat{w}_{rij})^2}{M(M-1)}}.$$

Для сравнения скейлограмм вейвлет-преобразования введем следующую величину:

$$\delta_{ск} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_d-1} (S_i - \hat{S}_i)^2}{\sum_{i=0}^{N_d-1} S_i^2}},$$

где $\hat{S}$ – оценка скейлограммы.

В таблице показаны результаты сравнения скейлограмм для временных рядов с пропусками наблюдений (p -преобразование) для различного числа пропусков q и временных рядов с так называемым дрожанием с распределением случайной величины по равномерному закону и закону Симпсона.

Результаты сравнения скейлограмм
Results of scale-averaged wavelet power comparison

p-преобразование			Дрожание	
$q = 0,5$	$q = 0,2$	$q = 0$	Равномерный закон	Закон Симпсона
$\delta_{ск} = 0,6421$	$\delta_{ск} = 0,1864$	$\delta_{ск} = 0,0052$	$\delta_{ск} = 0,0917$	$\delta_{ск} = 0,0535$

Графики скейлограмм и СКО для смоделированных процессов показаны на рисунках (см. http://www.swsys.ru/uploaded/image/2017_4/2017-4-dop/10.jpg и http://www.swsys.ru/uploaded/image/2017_4/2017-4-dop/11.jpg). Отметим, что при $q = 0$ исходный временной ряд приобретает регулярный характер, то есть $\Delta t_k = \text{const}$, что является частным случаем.

Заключение

В статье были предложены алгоритм вейвлет-преобразования неэквидистантных временных ря-

дов, а также алгоритм выбора сдвигов данного преобразования, учитывающий случайный характер интервалов дискретизации. С использованием разработанного комплекса программ были приведены примеры результатов преобразования. Показано, что при преобразовании временных рядов с пропусками наблюдений с увеличением числа пропусков q погрешность оценки коэффициентов преобразования в области высоких частот возрастает. При преобразовании временных рядов с дрожанием данная погрешность значительно меньше, при этом закон Симпсона показывает лучшие результаты по сравнению с равномерным законом распределения.

Литература

- 1 Прохоров С.А., Столбова А.А. Вейвлет-преобразование нерегулярных процессов без восстановления пропущенных отсчетов // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2017): тр. Междунар. науч.-технич. конф. Самара, 2017. С. 154–156.
- 2 Чуи Ч. Введение в вейвлеты; [пер. с англ.]. М.: Мир, 2001. 412 с.
- 3 Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов; [пер. с англ.]. М.: Мир, 2005. 671 с.
- 4 Ziran Peng, Guojun Wang, Novel ECG eigenvalue detection algorithm based on wavelet transform. BioMed Research Intern., 2017, vol. 2017, 12 p.
- 5 Ke Liao, Ran Xiao, Jania Gonzalez, Lei Ding. Decoding individual finger movements from one hand using human EEG signals. PLOS ONE, 2014. vol. 9, iss. 1, e85192.
- 6 Баевский Р.М., Иванов Г.Г., Чирейкин Л.В. [и др.]. Анализ variability сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем // Вестн. аритмологии. 2002. № 24. С. 65–87.
- 7 Мандрикова О.В., Залаяев Т.Л. Моделирование вариаций космических лучей на основе совмещения кратномасштабных вейвлет-разложений и нейронных сетей переменной структуры // Цифровая обработка сигналов. 2015. № 1. С. 11–16.
- 8 Прохоров С.А. Прикладной анализ неэквидистантных временных рядов. Самара: Изд-во СГАУ, 2001. 375 с.
- 9 Витязев В.В. Анализ неравномерных временных рядов. СПб: Изд-во СПб ун-та, 2001. 68 с.
- 10 Галайгин Д.К., Фрик П.Г. Адаптивные вейвлеты (Алгоритм спектрального анализа сигналов) // Математическое моделирование систем и процессов. 1996. № 4. С. 20–28.

A SOFTWARE PACKAGE FOR NONUNIFORM TIME SERIES ANALYSIS BASED ON CONTINUOUS WAVELET TRANSFORMATION

S.A. Prokhorov¹, Dr.Sc. (Engineering), Professor, Head of Chair, sp@smr.ru
A.A. Stolbova¹, Assistant, anastasiya.stolbova@bk.ru

¹ Samara National Research University, Moskovskoe Highway 34, Samara, 443086, Russian Federation

Abstract. Wavelet transformation is one of the methods of data time-frequency analysis. In practice, the researcher often has to analyse nonequidistant (uneven) time series. For this reason, the paper considers algorithms for their continuous wavelet transformation.

The authors propose an algorithm for obtaining an array of transformation even shifts, taking into account uneven source date. It means that they choose the interval of involuntary discretization, determine the number of shifts and then calculate their

value. The proposed algorithm is the base for an algorithm of continuous wavelet transformation of nonequidistant time series. The process of estimating transformation coefficients uses only samples of time series that are in the width of a wavelet.

The advantage of the proposed algorithm is that the result of the transformation is an even representation. The developed algorithms are used in a complex of programs.

The paper shows the results of experiments for models of nonuniform time series with p-transformation and with "jitter" (with uniform distribution and triangular distribution). The velocity of the algorithm can be increased by taking into account the effective radius of the mother wavelet and calculating its width.

Keywords: continuous wavelet transformation, nonuniform time series, effective radius.

References

1. Prokhorov S.A., Stolbova A.A. Wavelet transformation of uneven processes without reconstruct ignored samples. "Perspektivnye informatsionnye tekhnologii (PIT 2017)": tr. Mezhdunar. nauch.-tekhnich. konf. [Proc. Int. Sci. and Practical Conf. "Advanced Information Technologies" (PIT 2017)]. Samara, 2017, pp. 154–156 (in Russ.).
2. Chui Ch. *An Introduction to Wavelets*. Academic Press, NY, 1992 (Russ. ed.: Moscow, Mir Publ., 2001, 412 p.).
3. Malla S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, NY, 1999 (Russ. ed.: Moscow, Mir Publ., 2005, 671 p.).
4. Peng Z., Wang G. Novel ECG Eigenvalue Detection Algorithm Based on Wavelet Transform. *BioMed Research Int.* 2017, vol. 2017, 12 p.
5. Liao K., Xiao R., Gonzalez J., Ding L. Decoding Individual Finger Movements from One Hand Using Human EEG Signals. *PLOS ONE*. 2014, vol. 9, iss. 1. Available at: <http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0085192> (accessed November 2, 2017).
6. Baevsky R.M., Ivanov G.G., Chireykin L.V., Gavrilushkin A.P., Dovgalevsky P.Ya., Kukushkin Yu.A., Mironova T.F., Prilutsky D.A., Semenov A.V., Fedorov V.F., Fleishman A.N., Medvedev M.M. Analysis of heart rate variability with various electrocardiographic systems. *Vestnik aritmologii* [Journal of Arrhythmology]. 2002, no. 24, pp. 65–87 (in Russ.).
7. Mandrikova O.V., Zalyaev T.L. Modeling and analysis of cosmic ray variations during periods of increased solar and geomagnetic activity. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital Signal Processing]. Moscow, 2015, no. 1, pp. 11–16 (in Russ.).
8. Prokhorov S.A. *Prikladnyy analiz neekvidistantnykh vremennykh ryadov* [Applied Analysis of Nonuniform Time Series]. Samara, SGAU Publ., 2001, 375 p.
9. Vityazev V.V. *Analiz neravnomernykh vremennykh ryadov* [Analysis of Uneven Time Series]. St. Petersburg, SPb Univ. Publ., 2001, 68 p.
10. Galyagin D.K., Frik P.G. Adaptive wavelets (Algorithm for spectral analysis of signals). *Matematicheskoe modelirovanie sistem i protsessov* [Mathematical Modeling of Systems and Processes]. 1996, no. 4, pp. 20–28 (in Russ.).

Примеры библиографического описания статьи

1. Прохоров С.А., Столбова А.А. Программный комплекс анализа неэквилидистантных временных рядов на основе непрерывного вейвлет-преобразования // Программные продукты и системы. 2017. Т. 30. № 4. С. 668–671. DOI: 10.15827/0236-235X.120.668-671.
2. Prokhorov S.A., Stolbova A.A. A software package for nonuniform time series analysis based on continuous wavelet transformation. *Programmnye produkty i sistemy* [Software & Systems]. 2017, vol. 30, no. 4, pp. 668–671 (in Russ.). DOI: 10.15827/0236-235X.120.668-671.