УДК 622.276.654
DOI: 10.15827/0236-235X.123.482-494

Дата подачи статьи: 03.05.18
2018. Т. 31. № 3. С. 482–494

Использование метода математического моделирования для оценки влияния смачиваемости пород на нефтеотдачу на примере внутрипластового горения

И.В. Афанаскин¹, к.т.н., ведущий научный сотрудник, ivan@afanaskin.ru

А.В. Королев¹, к.т.н., старший научный сотрудник, alexandre.korolev@mail.ru

В.А. Юдин¹, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, yudinval@yandex.ru

¹ Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН, г. Москва, 117218, Россия

В статье рассмотрена значимость одной из проблем корректного численного моделирования тепловых методов добычи нефти – изменение смачиваемости пород при нагреве. При тепловых воздействиях температура пласта может на 100–500 °С превосходить начальную, и за счет создания такого искусственного поля температур смачиваемость пласта изменяется как в пространстве, так и во времени. Это может кардинально изменить характер фильтрации флюидов и результативность теплового воздействия.

Для изучения температурного изменения смачиваемости необходимы достаточно сложные эксперименты, осуществляемые с учетом температурного изменения большого числа влияющих на смачиваемость процессов. До постановки таких сложных работ необходимо оценить значимость этого фактора для прогноза добычи при использовании тепловых методов разработки.

Влияние температурного изменения смачиваемости учитывали через изменение характерных точек на кривых отнесенных фазовых проницаемостей.

Авторами была рассмотрена задача многофазной многокомпонентной неизоэнтальпической фильтрации с химическими реакциями, в которой учитывается зависимость относительных фазовых проницаемостей от температуры. Для решения возникающей системы уравнений предложена оригинальная, неявная по давлению и явная по температуре и концентрациям конечно-разностная схема. Показано, что при моделировании внутрипластового горения пренебрежение изменениями смачиваемости, которые обусловлены созданием в пласте поля температур, переменного по пространству и времени, может приводить к значительным погрешностям в прогнозе накопленной добычи нефти (до 20 % относ.) и времени прорыва кислорода к добывающей скважине (до 10 % относ.). Для учета этого эффекта необходимо экспериментальное изучение изменений смачиваемости (и относительных фазовых проницаемостей) при повышении температуры породы.

Ключевые слова: смачиваемость, зависимость относительных фазовых проницаемостей от температуры, математическое моделирование фильтрации, внутрипластовое горение.

Известно, что от общего объема разведанных в России запасов нефти около 11 % приходится на высоковязкие нефти [1]. Основная трудность в их разработке – низкие дебиты скважин. Применение традиционных методов, например заводнения, не позволяет достичь высокого значения коэффициента извлечения нефти ввиду вязкостной неустойчивости фронта вытеснения нефти вытесняющими агентами. Основными методами разработки таких месторождений являются тепловые [2–7], в которых обеспечиваются повышение температуры пласта и снижение вязкости нефти, в том числе и путем внутрипластового горения нефти [3–7].

Один из тепловых методов – с закачкой в пласт воздуха и созданием в нефтенасыщенном пласте подвижного очага низкотемпературного окисления, известный как *термогазовое воздействие* (ТГВ) [2, 6], считается перспективным для разработки нетрадиционных запасов нефти месторождений баженовской свиты.

Особое внимание в связи с этим необходимо уделять вопросам корректного численного моделирования тепловых методов и точности прогноза технологических показателей их применения [6].

Одна из проблем при моделировании – изменение смачиваемости пород при нагреве, поскольку при тепловых воздействиях температура пласта может на 100–500 °С превосходить начальную [8–11]. При этом за счет создания искусственного поля температур смачиваемость изменяется как в пространстве, так и во времени. Все это может кардинально изменить характер фильтрации флюидов и результативность теплового воздействия.

Пока этот вопрос мало изучен. Более того, полученные разными авторами экспериментальные данные весьма противоречивы [8, 11], что определяется рядом объективных факторов [9]. Во-первых, эксперименты проводились по различным методикам, с различными нефтями и в разных условиях. Влияние смачиваемости оценивалось также по-разному: по измерениям краевого угла смачивания, по капиллярному впитыванию, по виду кривых относительных фазовых проницаемостей и т.п. Во-вторых, смачиваемость зависит от многих физических факторов, по-разному реагирующих на повышение температуры [11].

Для изучения температурного изменения смачиваемости необходимы достаточно сложные экс-

перименты, осуществляемые с учетом большого числа факторов: начальных и текущих термобарических условий в пласте; состава, плотности и вязкости фильтрующихся углеводородных смесей (нефти, а в случае бажендовской свиты – дополнительно и природных битумоидов, продуктов искусственного термолитиза, окисления нефти и керогена, газов горения т.п.); наличия многофазного насыщения [9].

Разумеется, до постановки таких сложных работ необходимо оценить значимость этого фактора для результата теплового метода разработки.

Упрощенное исследование подобного рода предпринято в работе [10]. Рассматривался вариант, когда за счет нагрева смачиваемость всего пласта скачком менялась на противоположную – с гидрофильной на гидрофобную или наоборот. Показано, что такое резкое изменение смачиваемости существенно меняет результат теплового воздействия при разработке. В ряде случаев это может быть сопоставимо с эффектом уменьшения вязкости нефтей с ростом температуры [10]. Однако равномерный прогрев всего пласта может иметь место лишь в немногих методиках, например, при некоторых способах термолитиза in-situ (внутри пласта) горючих сланцев [12], что для России в настоящее время неактуально. По этой причине в данной работе предпринята попытка оценить влияние смачиваемости – переменной и по пространству, и во времени.

Подходы к описанию неизотермической фильтрации

При численном моделировании фильтрации учет переменной смачиваемости, строго говоря, требует учета капиллярных сил, то есть отказа от простой схемы Бакли–Левретта (БЛ-модель [13]) и перехода к усложненной модели Маскета–Левретта (МЛ-модель [10]), в изотермическом случае приводящей к уравнению Рапопорта–Лиса [8, 14]. Более сложная модель, названная тепловой моделью Маскета–Левретта (МЛТ-модель [13]), учитывает явно зависимость капиллярных сил от температуры (коэффициента поверхностного натяжения и краевого угла смачивания).

Соответствующие уравнения в общем виде давно выписаны [8]. Однако для классических коллекторов и изотермического случая капиллярные силы обычно считаются пренебрежимо малыми и рассматривается только схема Бакли–Левретта. То же предположение делается обычно и при неизотермической фильтрации [8, 13–19]. Если неизотермический характер фильтрации и учитывается, то чаще всего только введением температурной зависимости вязкости [8] и фазовых проницаемостей [8, 17]. Если же капиллярное давление учитывается, то для упрощения считается не зависящим явно от температуры [8, 14], а определяется

только величиной насыщенности, как и в уравнении Рапопорта–Лиса.

Если учитывать зависимость капиллярных сил от температуры, то в развернутой записи уравнения Рапопорта–Лиса появляются новые члены, содержащие градиент температуры. Это потребует корректировки системы аппроксимации и схемы численного решения, которое может быть получено лишь после экспериментального исследования зависимости от температуры угла смачивания и коэффициента поверхностного натяжения [9, 11].

Полное описание процесса переноса должно включать также учет диффузии, теплопроводности, растворения газов в жидкостях, фазовые переходы, сжимаемость фаз и т.д. [18]. Однако учет этих процессов существенно усложняет задачу гидродинамического моделирования, а главное – затрудняет оценку влияния основных эффектов. Поэтому, следуя большинству работ по многофазной неизотермической фильтрации (обзор таких исследований дается в работе [18]), целесообразно пренебречь диффузионными, капиллярными и неравновесными эффектами (так называемое крупномасштабное приближение). Иными словами, учесть влияние температурного изменения смачиваемости только через изменение фазовых проницаемостей при нагреве. Более того, обычно изменением самого вида кривых пренебрегают; влияние температуры учитывается только через изменение характерных точек на кривых фазовых проницаемостей. Такой подход принят и в данной работе.

Температурная зависимость фазовых проницаемостей

Фазовые проницаемости, в первую очередь, определяются значениями остаточной нефтенасыщенности и водонасыщенности. С ростом температуры коэффициент поверхностного натяжения на границе вода–нефть уменьшается [8, 18]. Во многих экспериментах при температуре 45–50 °C начинается и уменьшение угла смачивания [8]: темп убывания составляет 3° на 10 °C. По этим причинам с ростом температуры уменьшается и остаточная нефтенасыщенность (рис. 1) [12].

Рис. 1. Влияние коэффициента поверхностного натяжения на степень извлечения нефти

Fig. 1. The influence of the surface tension coefficient on oil recovery ratio

Аналогичные данные приведены в [8]: остаточная нефтенасыщенность для нефти и пород Арланского месторождения составляет 46, 40, 32, 28 % для температур 10, 24, 50 и 150 °C. В целом темп снижения остаточной нефтенасыщенности по ряду экспериментов составляет примерно 1 % абс. на 10 °C.

Соответственно, по данным значительного числа исследований (см. обзор работ 1970–80-х гг. в [18]), фазовая проницаемость нефти до перехода воды в парообразное состояние с ростом температуры возрастает (рис. 2, 3), а согласно данным работ [8, 20], с увеличением температуры рост *относительной фазовой проницаемости* (ОФП) для нефти сопровождается одновременным снижением ОФП для воды, то есть увеличением остаточной водонасыщенности, темп этого увеличения составляет примерно 1 % абс. на 11 °C [8].

В работе [8] при разных вариантах численного моделирования неізотермической фильтрации

принят линейный закон изменения остаточной нефтенасыщенности ($S_{н.ост.}$) от температуры (T):

$$S_{н.ост.}(T) = S_{н.ост.}(T_0) - 0,0015 (T - T_0),$$

$$S_{н.ост.}(T) = 0,28 - 0,0015 (T - T_0),$$

$$S_{н.ост.}(T) = 0,20 - 0,0020 (T - T_0),$$

где T_0 – начальная температура.

Линейный характер зависимости от температуры [8] принят также и для остаточной водонасыщенности:

$$S_{в.ост.}(T) = 0,2 + 0,001 (T - T_0).$$

После перехода воды в пар фазовые проницаемости испытывают скачок, поскольку пар является несмачивающей фазой, а нефть – смачивающей; после такого фазового перехода фазовая проницаемость нефти снижается, а остаточная нефтенасыщенность растет [18].

На основании литературных данных были сконструированы модельные кривые ОФП, представленные на рисунке (см. <http://www.swsys.ru/uploaded/image/2018-3/2018-3-dop/1.jpg>) и зависимости от температуры характерных точек на этих кривых (рис. 4).

Математическая модель неізотермической многофазной многокомпонентной фильтрации с химическими реакциями с учетом зависимости ОФП от температуры

Композиционная термохимическая модель фильтрации представляет собой систему уравнений и дополнительных соотношений многокомпонентной трехфазной фильтрации нефти, газа и воды при переменной температуре с неподвижной твердой четвертой фазой и химическими реакциями [21, 22]. Эта модель является одной из самых сложных моделей нефтегазовой подземной гидромеханики [21] и обычно используется для моделирования различных тепловых методов добычи нефти [3, 7], в том числе внутрипластового горения [22] и термогазового воздействия.

Рис. 4. Используемые модельные зависимости от температуры характерных точек на кривых относительных фазовых проницаемостей: остаточных насыщенных вытесняющего (а) и вытесняемого (б) флюидов

Fig. 4. Used temperature dependencies on the temperature of critical points on relative phase permeability curves: residual displacing (a) and displaced (b) fluid saturations

Данная модель специально разработана для моделирования таких методов добычи нефти, как закачка пара, закачка горячих жидкостей и газов, внутрипластовое горение, закачка химически активных реагентов.

В композиционной термодинамической модели фильтрации обычно выделяют до четырех фаз [22], при использовании четырех фаз можно выделить от четырех и более компонентов:

- водная фаза (вода); не смешивается с углеводородными фазами, состоит из одного компонента – воды;
- жидкая углеводородная фаза (нефть); состоит из смеси углеводородных компонентов, находящихся при данном давлении, температуре и концентрациях других компонентов в жидком состоянии;
- газообразная углеводородная фаза (газ); состоит из смеси углеводородных компонентов, компонента-кислорода, компонента-воды и других газообразных компонентов, находящихся при данном давлении, температуре и концентрациях других компонентов в жидком состоянии;

– твердая фаза (кокс); состоит из одного твердого компонента, например кокса или парафина.

Элементарный объем V_b может быть представлен в виде $V_b = V_r + V_p$, $V_p = V_s + V_f$, $V_f = V_w + V_o + V_g$, где V_r – объем породы (участвует в описании тепловых процессов); V_p – поровый объем; V_f – подвижный объем; V_s – объем твердой фазы; V_α , $\alpha = w, o, g$ – объемы нефтяной, водной и газовой фаз.

Пористость ϕ – доля объема, доступная для заполнения фазами:

$$\phi = \frac{V_p}{V_b} = \frac{V_s + V_f}{V_r + V_s + V_f}.$$

Подвижная пористость ϕ_f – доля объема, доступная для заполнения подвижными фазами:

$$\begin{aligned} \phi_f &= \frac{V_f}{V_b} = \frac{V_f + V_s - V_s}{V_b} = \phi - \frac{V_s}{V_b} = \\ &= \phi \left(1 - \frac{V_s}{V_f + V_s} \right) = \phi \left(1 - \frac{V_s}{V_p} \right). \end{aligned}$$

Насыщенность S_α фазой α ($\alpha = w, o, g$) – доля объема пористой среды, доступного для подвижных фаз, занимаемая этой фазой:

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_f} = \frac{V_\alpha}{V_w + V_o + V_g}, \alpha = w, o, g,$$

$$S_w + S_o + S_g = 1.$$

Насыщенность твердой фазой вводится как $\bar{S}_s = \frac{V_s}{V_p}$, так что, $\phi_f = \phi(1 - \bar{S}_s)$ и приведенные

насыщенности флюидами (подвижными фазами) $\bar{S}_\alpha$ ($\alpha = w, o, g$): $\bar{S}_\alpha = (1 - \bar{S}_s) S_\alpha$, $\alpha = w, o, g$, так что, $\bar{S}_s + \bar{S}_w + \bar{S}_o + \bar{S}_g = 1$.

Состояние каждой фазы α ($\alpha = w, o, g$) задается следующими величинами (неизвестными, определяемыми в процессе расчета):

– $T = T(t, x, y, z)$ – температура среды (предполагается, что фазы находятся в термодинамическом равновесии, поэтому температуры всех фаз и породы в точке среды совпадают);

– $P_\alpha = P_\alpha(t, x, y, z)$ – давление в фазе α ($\alpha = w, o, g$), в данной работе капиллярным давлением пренебрегается, считается, что давление во всех фазах в элементарном объеме одинаково и равно $P = P(t, x, y, z)$;

– $S_\alpha = S_\alpha(t, x, y, z)$, $\alpha = w, o, g$, $\bar{S}_s = \bar{S}_s(t, x, y, z)$ – насыщенности фазами.

Разделим фазы α , $\alpha = w, o, g$, $s = 1, \dots, n_\alpha$, на две группы: подвижные (вода, нефть, газ) $\alpha = w, o, g = 1, \dots, n'_\alpha$, $n'_\alpha = n_\alpha - 1$, и твердую $\alpha = s = n_\alpha$. Также разделим компоненты c , $c = 1, \dots, n_c$, на две группы:

– $c = 1, \dots, n'_c$ – компоненты, которые могут быть только в подвижных фазах;

– $c = n'_c + 1, \dots, n_c$ – компоненты, которые могут быть только в твердой фазе.

Обозначим:

$N_c = N_c(t, x, y, z)$ – молярная плотность компонента c , $c = 1, \dots, n'_c$, в подвижном объеме, так что, $N_c V_f = N_c \phi V_b$ – количество компонента c в объеме V_b ;

$N_c = N_c(t, x, y, z)$ – молярная плотность компонента c , $c = n'_c + 1, \dots, n_c$, в поровом объеме, так что, $N_c V_p = N_c \phi V_b$ – количество компонента c в объеме V_b .

Распределение компонентов по фазам задается $n_c \times n_\alpha$ матрицей концентраций $x_{c,\alpha} = x_{c,\alpha}(P_\alpha, N)$, $N = (N_1, \dots, N_{n_c})$.

Рассмотрим прямолинейно-параллельное течение в горизонтальной плоскости. Капиллярным давлением (как сказано выше) и гравитационными силами будем пренебрегать.

Система уравнений сохранения количества компонентов примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi(1 - \bar{S}_s) N_c] = \\ = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\sum_{\alpha=w,o,g} (x_{c,\alpha} \xi_\alpha w_\alpha) \right] - \\ - \bar{q}_c + \bar{q}_{Ri,c}, \quad c = 1, \dots, n'_c, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi N_c) = \bar{q}_{Ri,c}, \quad c = n'_c + 1, \dots, n_c, \quad (2)$$

где ξ_α – молярная плотность фазы α ; $\bar{q}_c$ – отток (в молях) компонента c за счет работы скважин; $\bar{q}_{Ri,c}$ – приток (в молях) компонента c за счет химических реакций; w_α – скорость фильтрации фазы α .

Скорость фильтрации для фазы α определяется с помощью закона Дарси:

$$w_\alpha = - \frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (3)$$

где k – абсолютная проницаемость пласта; $k_{r\alpha}(S_w, S_g)$ – относительная проницаемость для фазы α ; μ_α – динамическая вязкость α .

Предполагая выполнение условий локального термодинамического равновесия во всех точках пласта, запишем уравнение сохранения энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (U_b) = - \frac{\partial}{\partial x} \sum_{\alpha=w,o,g} [H_\alpha \xi_\alpha w_\alpha] + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_b \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ + \bar{q}_{Re} - \bar{q}_e - \bar{q}_L, \end{aligned} \quad (4)$$

где U_b – внутренняя энергия элементарного объема; H_α – энтальпия фазы α ; K_b – теплопроводность элементарного объема; $\bar{q}_{Re}$ – плотность потока энергии за счет химических реакций; $\bar{q}_e^w$ – плотность потока энергии за счет работы скважин, $\bar{q}_L$ – плотность оттока энергии за счет потерь тепла через кровлю и подошву.

Внутренняя энергия элементарного объема вычисляется из внутренних энергий подвижных фаз, твердой фазы и породы:

$$\begin{aligned} U_b(P, T) = \\ = V_b \phi \left[(1 - \bar{S}_s) \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n'_c} [\xi_\alpha(P, T) H_\alpha(T) - P] \right\} + \bar{S}_s \xi_s(P, T) H_s(T) \right] + \\ + V_b (1 - \phi) H_r(T). \end{aligned}$$

Энтальпия компонентов в твердой и жидких фазах определяется через их удельную теплоемкость и изменение температуры. Аналогично определяется энтальпия породы. Для определения энтальпии компонентов в газовой фазе добавляется еще теплота парообразования. Энтальпия фазы определяется через концентрацию компонентов в фазе, энтальпию компонентов и их молекулярный вес. Энтальпия воды как функция давления и температуры берется из стандартных таблиц.

Теплопроводность элементарного объема определим как

$$\begin{aligned} K_b = \phi (1 - \bar{S}_s) (K_w S_w + K_o S_o + K_g S_g) + \\ + \phi K_s \bar{S}_s + (1 - \phi) K_r, \end{aligned}$$

где K_α – теплопроводность фазы; K_r – теплопроводность породы.

Стехиометрическое уравнение для химической реакции r записываем как

$$\sum_i (S_{Rri} C_i) \rightarrow \sum_j (S_{Prj} C_j),$$

где $S_{Rr} = (S_{Rri})_{i=1, \dots, n_c}$ – вектор стехиометрических коэффициентов для реагентов C_i в реакции r ; $S_{Pr} = (S_{Prj})_{j=1, \dots, n_c}$ – вектор стехиометрических коэффициентов для продуктов C_j в реакции r .

Скорость реакции r зададим как

$$\begin{aligned} R_r = V_p \cdot \phi^{n_p} \cdot (1 - \bar{S}_s)^{n_{rs}} \cdot A_r \times \\ \times \exp \left[-E_r / (R \cdot T) \right] \cdot \prod_{i \in F_r} (c'_{ri})^{n_{ri}}, \end{aligned}$$

где A_r – константа скорости реакции r ; E_r – энергия активации реакции r ; $(n_{ri})_{i=1, \dots, n_c}$ – веса компонентов, влияющих на реакцию r (для реагентов $n_{ri} > 0$ в случае катализатора и $n_{ri} < 0$ в случае ингибитора); R – газовая постоянная; $c'_{ri} = \phi \cdot c_{ri}$, c_{ri} – концентрация компонента в фазе, участвующей в реакции; n_{rp} , n_{rs} – показатели степени для учета влияния пористости и доли подвижных фаз на скорость реакции (должны быть неотрицательными), $F_r = \{1, \dots, n_c\}$.

Приток компонентов $q_{ri,c}$ за счет химических реакций и приток энергии q_{Re} , возникающий в силу химических реакций, определяем как

$$q_{Ri,c} = \sum_{r=1}^{n_r} (S_{Pr c} - S_{Rr c}) R_r, \quad q_{Re} = \sum_{r=1}^{n_r} H_r R_r,$$

где H_r – энтальпия реакции r ; i – номер реагента.

Для приведенной системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей многофазную многокомпонентную неизотермическую фильтрацию с химическими реакциями, в

данной работе предложена оригинальная неявная по давлению и явная по температуре и концентрациям конечно-разностная схема, что позволило использовать достаточно простой вычислительный алгоритм для решения задачи, отличающейся большим количеством неизвестных и физических процессов, в том числе и зависимостью относительных фазовых проницаемостей от температуры.

Просуммируем уравнения (1) по компонентам $c = 1, \dots, n'_c$ и перепишем в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi N_\xi) = -\frac{\partial}{\partial x}(w_\xi) - \sum_{\alpha=w,o,g} \bar{q}_\alpha + \sum_{c=1}^{n'_c} \bar{q}_{Ri,c}, \quad (5)$$

где $N_\xi = (1 - \bar{S}_s)(\xi_o S_o + \xi_w S_w + \xi_g S_g)$ и

$$w_\xi = \xi_o w_o + \xi_w w_w + \xi_g w_g.$$

Поскольку $\phi = \phi_0 [1 + C_r (P - P_0)]$, то

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \phi_0 C_r \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Так как $C_r \ll 1$, то $1 + C_r(P - P_0) \approx 1$, следовательно, $\phi \approx \phi_0$.

Тогда, пользуясь формулой для производной произведения и переходя к дискретному аналогу, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi N_\xi) \approx \phi_0 \frac{1}{\Delta t} (N_\xi^{n+1} - N_\xi^n) + N_\xi^n \phi_0 C_r \frac{1}{\Delta t} (P^{n+1} - P^n),$$

где Δt – размер шага по времени, а верхний индекс n – номер шага по времени.

Запишем дискретный аналог уравнения (5) для прямоугольной блочно-центрированной сетки:

$$\Delta x \Delta y \Delta z (\phi_0)_i \frac{1}{\Delta t^{n+1}} \left\{ \left[(N_\xi)_i^{n+1} - (N_\xi)_i^n \right] + C_r (N_\xi)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n) \right\} =$$

$$= -\Delta y \Delta z \left[(w_\xi)_{i+0.5}^{n+1} - (w_\xi)_{i-0.5}^{n+1} \right] -$$

$$- \sum_{\alpha=w,o,g} \left\{ (\xi_\alpha)_i^n (P_{I\alpha})_i^n [P_i^{n+1} - (P_w)_i^{n+1}] \right\} + \sum_{c=1}^{n'_c} (q_{Ri,c})_i^n, \quad (6)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – размеры ячейки в соответствующих направлениях; Δt^{n+1} – переменный шаг по времени (определяется в соответствии с рекомендациями [21]), нижний индекс i – номер ячейки вдоль оси X ; $P_{I\alpha}$ – коэффициент продуктивности скважины по фазе α ; P_w – забойное давление. В (6) скорость фильтрации аппроксимируется как

$$(w_\xi)_{i+0.5}^{n+1} = \sum_{\alpha=w,o,g} \left[(\xi_\alpha)_{i+0.5}^n (w_\alpha)_{i+0.5}^{n+1} \right],$$

где с учетом (3)

$$(w_\alpha)_{i+0.5}^{n+1} = -\frac{k_{i+0.5} (k_{ra})_{i+0.5}^n \frac{P_i^{n+1} - P_i^{n+1}}{\Delta x}}{(\mu_\alpha)_{i+0.5}^n}, \quad \alpha = w, o, g;$$

$$k_{i+0.5} = \frac{2k_{i+1}k_i}{k_{i+1} + k_i}; \quad \frac{1}{(\mu_\alpha)_{i+0.5}^n} = \sum_{c=1}^{n'_c} \left(\frac{x_{c,\alpha}}{(\mu_{c,\alpha})_{i+0.5}} \right)^n;$$

$$(k_{ra})_{i+0.5}^n = \begin{cases} (k_{ra})_{i+1}^n, & P_{i+1}^n \geq P_i^n, \\ (k_{ra})_i^n, & P_{i+1}^n < P_i^n. \end{cases} \quad (7)$$

$(\xi_\alpha)_{i+0.5}^n, (x_{c,\alpha})_{i+0.5}^n$ и $(\mu_\alpha)_{i+0.5}^n$ взвешиваются вверх по потоку аналогично (7). Для вычисления $(w_\alpha)_{i-0.5}^{n+1}$ используется подход, аналогичный описанному подходу для $(w_\alpha)_{i+0.5}^{n+1}$.

Линеаризуя в уравнении (6) слагаемое $(N_\xi)_i^{n+1}$ методом Ньютона (пренебрегая при этом производными по температуре и концентрации):

$$(N_\xi)_i^{n+1} \approx \left(\frac{\partial N_\xi}{\partial P} \right)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n) + (N_\xi)_i^n,$$

получаем неявное уравнение для давления.

Чтобы получить уравнение для определения насыщенности твердой фазой $\bar{S}_s$, перепишем уравнение (2) с учетом того, что $x_{c,s} \xi_s \bar{S}_s = N_c$, $c \in \{n'_c + 1, \dots, n_c\}$, и просуммируем его по c :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \xi_s \bar{S}_s) = \sum_{c=n'_c+1}^{n_c} \bar{q}_{Ri,c}, \quad c = n'_c + 1, \dots, n_c. \quad (8)$$

Учитывая правило дифференцирования произведения, получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \xi_s \bar{S}_s) \approx \phi_0 \left(\bar{S}_s \frac{\partial \xi_s}{\partial t} + \xi_s \frac{\partial \bar{S}_s}{\partial t} \right) +$$

$$+ \bar{S}_s \xi_s \phi_0 C_r \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (9)$$

Запишем дискретный аналог уравнения (8) с учетом соотношения (9):

$$\Delta x \Delta y \Delta z (\phi_0)_i \frac{1}{\Delta t^{n+1}} \left\{ (\bar{S}_s)_i^n \left[(\xi_s)_i^{n+1} - (\xi_s)_i^n \right] + \right.$$

$$+ (\xi_s)_i^n \left[(\bar{S}_s)_i^{n+1} - (\bar{S}_s)_i^n \right] + C_r (\bar{S}_s)_i^n (\xi_s)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n) \left. \right\} =$$

$$= \sum_{c=n'_c+1}^{n_c} (q_{Ri,c})_i^n. \quad (10)$$

Линеаризуя в уравнении (10) слагаемое $(\xi_s)_i^{n+1}$ методом Ньютона (пренебрегая при этом производными по температуре и концентрации):

$$(\xi_s)_i^{n+1} \approx \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial P} \right)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n) + (\xi_s)_i^n,$$

получаем явное уравнение для насыщенности твердой фазой.

Перепишем уравнение (1) в качестве уравнения сохранения количества подвижных компонентов в подвижных фазах следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\phi_f z_c (\xi_o S_o + \xi_g S_g + \xi_w S_w) \right] =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \left[x_{c,o} \xi_o w_o + x_{c,g} \xi_g w_g + x_{c,w} \xi_w w_w \right] - \bar{q}_c + \bar{q}_{Ri,c},$$

$$c = 1, \dots, n'_c, \quad (11)$$

где $\phi_f = \phi(1 - \bar{S}_s)$.

Перепишем уравнение (11) в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi_f N_{c,wog}] = - \frac{\partial}{\partial x} [w_{wog}] - \bar{q}_c + \bar{q}_{Ri,c},$$

$$c = 1, \dots, n'_c, \quad (12)$$

где $N_{c,wog} = z_c (\xi_o S_o + \xi_g S_g + \xi_w S_w)$,

$$w_{wog} = x_{c,o} \xi_o w_o + x_{c,g} \xi_g w_g + x_{c,w} \xi_w w_w.$$

Тогда, согласно правилам дифференцирования,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_f N_{c,wog}) \approx \phi_0 (1 - \bar{S}_s) \frac{\partial N_{c,wog}}{\partial t} +$$

$$+ N_{c,wog} \left[(1 - \bar{S}_s) \phi_0 C_r \frac{\partial P}{\partial t} - \phi_0 \frac{\partial \bar{S}_s}{\partial t} \right]. \quad (13)$$

Запишем дискретный аналог уравнения (12) с учетом соотношения (13):

$$\Delta x \Delta y \Delta z (\phi_0)_i \frac{1}{\Delta t^{n+1}} \left[\left(1 - (\bar{S}_s)_i^n \right) \left[(N_{c,wog})_i^{n+1} - (N_{c,wog})_i^n \right] + \right.$$

$$+ (N_{c,wog})_i^n \left[1 - (\bar{S}_s)_i^n \right] C_r (P_i^{n+1} - P_i^n) - (N_{c,wog})_i^n \times$$

$$\times \left[(\bar{S}_s)_i^{n+1} - (\bar{S}_s)_i^n \right] \left. \right] = - \Delta y \Delta z \left[(w_{wog})_{i+0.5}^{n+1} - (w_{wog})_{i-0.5}^{n+1} \right] -$$

$$- \sum_{\alpha=w,o,g} \left\{ (x_{c,\alpha} \xi_\alpha P I_\alpha)_i^n \left[P_i^{n+1} - (P_w)_i^{n+1} \right] \right\} + (q_{Ri,c})_i^n, \quad (14)$$

$$\text{где } (w_{wog})_{i+0.5}^{n+1} = \sum_{\alpha=w,o,g} \left[(x_{c,\alpha})_i^n (\xi_\alpha)_{i+0.5}^n (w_\alpha)_{i+0.5}^{n+1} \right].$$

Уравнение (14) является явным уравнением для числа молей компонента c в подвижных фазах $N_{c,wog}$.

Мольная доля компонента c в подвижных фазах при этом определяется как

$$(z_c)_i^{n+1} = (N_{c,wog})_i^{n+1} / \sum_{c=1}^{n'_c} (N_{c,wog})_i^{n+1}.$$

Рассмотрим уравнение сохранения энергии (4). Воспользуемся правилом вычисления производной функции многих переменных для кумулятивного члена в левой части уравнения (4) (пренебрегая при этом производными по концентрации):

$$\frac{\partial U_b}{\partial t} = \frac{\partial U_b}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial U_b}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (15)$$

Запишем дискретный аналог уравнения (4) с учетом (15):

$$\Delta x \Delta y \Delta z \frac{1}{\Delta t^{n+1}} \left[\left(\frac{\partial U_b}{\partial P} \right)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n) + \left(\frac{\partial U_b}{\partial T} \right)_i^n (T_i^{n+1} - T_i^n) \right] =$$

$$= - \Delta y \Delta z \sum_{\alpha=w,o,g} \left[(H_\alpha)_{i+0.5}^n (\xi_\alpha)_{i+0.5}^n (w_\alpha)_{i+0.5}^{n+1} - (H_\alpha)_{i-0.5}^n (\xi_\alpha)_{i-0.5}^n (w_\alpha)_{i-0.5}^{n+1} \right] +$$

$$+ \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \left[(K_b)_{i+0.5}^n (T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}) - \right.$$

$$- (K_b)_{i-0.5}^n (T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}) \left. \right] + (q_{Re})_i^n -$$

$$- \sum_{\alpha=w,o,g} \left\{ (H_\alpha \xi_\alpha P I_\alpha)_i^n \left[P_i^{n+1} - (P_w)_i^{n+1} \right] \right\} - (q_L)_i^n, \quad (16)$$

где $(H_\alpha)_{i+0.5}^n = \begin{cases} (H_\alpha)_{i+1}^n, & P_{i+1}^n \geq P_i^n, \\ (H_\alpha)_i^n, & P_{i+1}^n < P_i^n, \end{cases}$ аналогично для

$(H_\alpha)_{i-0.5}^n$ определяется $(K_b)_{i+0.5}^n$ как среднее гармоническое между ячейками i и $i+1$, потеря тепла через кровлю и подошву $(q_L)_i^n$ рассчитывается по схеме Винсома и Вестервельда.

Уравнение (16) является неявным уравнением для температуры.

Будем считать $c = 1$ водным компонентом. Поскольку водный компонент не присутствует в нефтяной фазе и углеводородных компонентов нет в водной фазе, то $x_{1,o} \equiv x_{w,o} = 0$; $x_{c,w} = 0$, $c \in \{2, \dots, n'_c\}$; $x_{w,w} = 1$.

Значение $R_g \in [0, 1]$ (мольная доля газовой фазы в подвижном флюиде) определяется из уравнения

$$F(R_g) = \sum_{c=2}^{n'_c} \frac{z_c (K_c + K_w - 1)}{1 - z_w + R_g (K_c + K_w - 1)} = 0,$$

где значения констант равновесия компонентов $K_c = K_c(P, T)$ заданы корреляционной формулой

$$K_c(P, T) = (A_c + B_c/P + C_c P) \cdot \exp[-D_c/(T - E_c)],$$

коэффициенты которой A_c , B_c , C_c , D_c и E_c являются постоянными для каждого компонента.

Значения R_w (мольная доля воды в подвижном флюиде) и R_o (мольная доля нефтяной фазы в подвижном флюиде) определяются из соотношений $R_w = z_w - R_g K_w$, $R_o = 1 - z_w - R_g (1 - K_w)$, $x_{w,g} = K_w$ при заданной зависимости константы равновесия воды от давления и температуры $K_w(P, T)$. Так как $x_{w,g} / x_{w,w} = K_w(P, T)$ и $x_{w,w} = 1$, значит, $x_{w,g} = K_w$. Для расчета содержания компонента c в нефтяной и газовой фазах $x_{c,o}$ и $x_{c,g}$ воспользуемся соотношениями

$$x_{c,o} = \frac{z_c}{1 - z_w + R_g (K_c + K_w - 1)},$$

$$x_{c,g} = \frac{z_c K_c}{1 - z_w + R_g (K_c + K_w - 1)}.$$

$$\text{Поскольку } S_\alpha = \frac{N_{tot} R_\alpha}{\xi_\alpha}, \quad N_{tot} = \sum_{c=1}^{n'_c} (N_{c,wog}),$$

$\alpha = 1, \dots, n'_\alpha$, определим насыщенности жидкими фазами следующим образом:

$$S_w = \frac{R_w N_{w,wog}}{\xi_w}, \quad S_o = \frac{R_o \sum_{c=1}^{n'_c} N_{c,wog}}{\xi_o} \quad \text{и} \quad S_g = 1 - S_o - S_w.$$

Учет зависимости ОФП от температуры при математическом моделировании

При задании ОФП в двухфазных системах задаются приведенные далее функциональные зависимости [21, 22].

ОФП в системе нефть–вода:

$$k_{rw}(S_w) = A \left[\frac{S_w - S_{wcr}}{1 - S_{wcr}} \right]^\alpha,$$

$$k_{row}(S_w) = B \left[\frac{1 - S_{owcr} - S_w}{1 - S_{owcr} - S_{wcr}} \right]^\beta,$$

где S_{wcr} – насыщенность связанной водой; S_{owcr} – насыщенность остаточной нефтью при вытеснении водой; коэффициенты A , B , α , β определяются по результатам интерпретации исследований керна и могут зависеть от пористости или проницаемости.

Аналогично ОФП в системе нефть–газ:

$$k_{rg}(S_g) = C \left[\frac{S_g - S_{gcr}}{1 - S_{gcr}} \right]^\gamma,$$

$$k_{rog}(S_g) = D \left[\frac{1 - S_{ogcr} - S_g}{1 - S_{ogcr} - S_{gcr}} \right]^\delta,$$

где S_{gcr} – насыщенность связанным газом; S_{ogcr} – насыщенность остаточной нефтью при вытеснении газом; коэффициенты C , D , γ , δ определяются по результатам интерпретации исследований керна и могут зависеть от пористости или проницаемости.

Однако часто эффективнее задавать значения ОФП в двухфазных системах в виде двух таблиц от водо- и газонасыщенности.

ОФП нефти при трехфазной фильтрации определяется по второму методу Стоуна:

$$k_{ro}(S_w, S_g) = k_{rocw} \left\{ \left[\frac{k_{row}(S_w)}{k_{rocw}} + k_{rw}(S_w) \right] \left[\frac{k_{rog}(S_g)}{k_{rocw}} + k_{rg}(S_g) \right] - k_{rw}(S_w) - k_{rg}(S_g) \right\},$$

где $k_{rocw} = k_{row}(S_{wcr}) = k_{rog}(S_g = 0)$ – ОФП по нефти при насыщенности связанной водой в отсутствие газа.

При задании ОФП так или иначе (с помощью таблиц или функциональных зависимостей) должны быть указаны константы, приведенные в таблице 1.

Перечисленные в таблице константы можно изменить, задав зависимость от температуры.

Вычисленные масштабированные значения ОФП (со штрихом) должны удовлетворять следующим условиям:

$$S'_{gu} \leq 1 - S'_{wl}; S'_{gl} \leq 1 - S'_{wu};$$

$$S'_{owcr} + S'_{wcr} < 1; S'_{ogcr} + S'_{gcr} + S'_{wl} < 1.$$

В литературе существуют два варианта масштабирования ОФП – двухточечное и трехточечное. Рассмотрим двухточечное масштабирование ОФП, которое сохраняет значения проницаемостей, заданных в таблицах ОФП, в двух точках (табл. 2) в варианте, изложенном в руководстве [23].

Таблица 1

Константы ОФП

Table 1

Constants of relative phase permeabilities

Величина	Описание величины
S_{wl}	Наименьшее значение S_w в таблице для воды
S_{wcr}	Наибольшее значение S_w в таблице для воды, при котором $k_{rw}(S_w) = 0$
S_{wu}	Наибольшее значение S_w в таблице для воды
S_{gl}	Наименьшее значение S_g в таблице для газа
S_{gcr}	Наибольшее значение S_g в таблице для газа, при котором $k_{rg}(S_g) = 0$
S_{gu}	Наибольшее значение S_g в таблице для газа
S_{owcr}	Наибольшее значение $S_o = 1 - S_w - S_{gl}$ в таблице для воды, при котором $k_{row}(S_w) = 0$
S_{ogcr}	Наибольшее значение $S_o = 1 - S_g - S_{wl}$ в таблице для газа, при котором $k_{rog}(S_g) = 0$
$k_{rw, \max}$	Максимальное значение функции $k_{rw}(S_w)$
$k_{rg, \max}$	Максимальное значение функции $k_{rg}(S_g)$
$k_{ro, \max}$	Максимальное значение функции $k_{row}(S_w) = 0$ и $k_{rog}(S_g) = 0$
k_{rwr}	$k_{rw}(1 - S_{owcr} - S_{gl})$
k_{rgr}	$k_{rg}(1 - S_{ogcr} - S_{wl})$
k_{rog}	$k_{rog}(S_{gcr})$
k_{row}	$k_{row}(S_{wcr})$

Таблица 2

Сохранение значений табличных ОФП при двухточечном масштабировании

Table 2

Preserving relative phase permeabilities table values during two-point rescaling

ОФП	Точка 1	Точка 2
k_{rw}	S'_{wcr}	S'_{wu}
k_{rg}	S'_{gcr}	S'_{gu}
k_{row}	S'_{wl}	$1 - S'_{owcr} - S'_{gl}$
k_{rog}	S'_{gl}	$1 - S'_{ogcr} - S'_{wl}$

Для заданных значений немасштабированной насыщенности водой S_w и температуры T масштабированная водонасыщенность в таблице ОФП и значение ОФП для воды вычисляются следующим образом:

$$S'_w(S_w, T) = \begin{cases} S_w, & S'_w(T) \geq S'_w(T); \\ S_{wcr}, & S_w < S'_w(T); \\ S_{wu}, & S_w > S'_w(T); \\ S_{wcr} + [S_w - S_{wcr}(T)] \frac{S_{wu} - S_{wcr}}{S'_w(T) - S'_{wcr}(T)} & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$k'_{rw}(S_w, T) = \frac{k'_{rw, \max}(T)}{k_{rw, \max}} k_{rw}(S'_w(S_w, T)).$$

Для нефти в присутствии воды вычисляются

$$S'_{ow}(S_w, T) = \begin{cases} S_w, & S'_{wl}(T) \geq 1 - S'_{owcr}(T) - S'_{gl}(T); \\ S_{wl}, & S_w < S'_{wl}(T); \\ 1 - S_{owcr} - S_{gl}, & S_w > 1 - S'_{owcr}(T) - S'_{gl}(T); \\ S_{wl} + [S_w - S'_{wl}(T)] \frac{1 - S_{owcr} - S_{gl} - S_{wl}}{1 - S'_{owcr}(T) - S'_{gl}(T) - S'_{wl}(T)} & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$k'_{row}(S_w, T) = \frac{k'_{ro, \max}(T)}{k_{ro, \max}} k_{row}(S'_{ow}(S_w, T));$$

$$S'_{cow}(S_w, T) = \begin{cases} S_w, & S'_{wl}(T) \geq S_{wh}(T); \\ S_{wl}, & S_w < S'_{wl}(T); \\ S_{wh}, & S_w > S'_{wl}(T); \\ S_{wl} + [S_w - S'_{wl}(T)] \frac{S_{wh} - S_{wl}}{S'_{wh}(T) - S'_{wl}(T)} & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для заданных значений немасштабированной насыщенности газом S_g и температуры T масштабированная газонасыщенность в таблице ОФП и значение ОФП для газа вычисляются следующим образом:

$$k'_{rg}(S_g, T) = \frac{k'_{rg, \max}(T)}{k_{rg, \max}} k_{rg}(S'_g(S_g, T));$$

$$S'_g(S_g, T) = \begin{cases} S_g, & S'_{gcr}(T) \geq S'_{gu}(T); \\ S_{gcr}, & S_g < S'_{gcr}(T); \\ S_{gu}, & S_g > S'_{gu}(T); \\ S_{gcr} + [S_g - S'_{gcr}(T)] \frac{S_{gu} - S_{gcr}}{S'_{gu}(T) - S'_{gcr}(T)} & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для нефти в присутствии газа вычисляются

$$S'_{og}(S_g, T) = \begin{cases} S_g, & S'_{gl}(T) \geq 1 - S'_{ogcr}(T) - S'_{wl}(T); \\ S_{gl}, & S_g < S'_{gl}(T); \\ 1 - S_{ogcr} - S_{wl}, & S_g > 1 - S'_{ogcr}(T) - S'_{wl}(T); \\ S_{gl} + [S_g - S'_{gl}(T)] \frac{1 - S_{ogcr} - S_{gl} - S_{wl}}{1 - S'_{ogcr}(T) - S'_{gl}(T) - S'_{wl}(T)} & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$k'_{rog}(S_g, T) = \frac{k'_{ro, \max}(T)}{k_{ro, \max}} k_{rog}(S'_{og}(S_g, T));$$

$$S'_{cog}(S_g, T) = \begin{cases} S_g, & S'_{gl}(T) \geq S'_{gu}(T); \\ S_{gl}, & S_g < S'_{gl}(T); \\ S_{gu}, & S_g > S'_{gu}(T); \\ S_{gl} + [S_g - S'_{gl}(T)] \frac{S_{gu} - S_{gl}}{S'_{gu}(T) - S'_{gl}(T)} & \text{иначе.} \end{cases}$$

Рассмотрим масштабирование ОФП при использовании для расчета ОФП по нефти в случае трехфазного течения второй модели Стоуна (как указано выше). Введем следующие функции:

$$\alpha(T) = \begin{cases} \frac{k'_{rg, \max}(T)}{k'_{rw, \max}(T)}, & \text{если заданы } k_{rg}(T) \text{ и } k_{rw}(T); \\ \frac{k_{rw, \max}}{k'_{rw, \max}(T)}, & \text{если задано только } k_{rw}(T); \\ \frac{k'_{rg, \max}(T)}{k_{rw, \max}}, & \text{если задано только } k_{rg}(T); \\ 1 & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$\beta(T) = \begin{cases} \frac{k'_{rw, \max}(T)}{k'_{rg, \max}(T)}, & \text{если заданы } k_{rg}(T) \text{ и } k_{rw}(T); \\ \frac{k'_{rw, \max}(T)}{k_{rg, \max}}, & \text{если задано только } k_{rw}(T); \\ \frac{k_{rg, \max}}{k'_{rg, \max}(T)}, & \text{если задано только } k_{rg}(T); \\ 1 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда ОФП для нефти в трехфазной системе можно записать как

$$k'_{ro}(S_w, S_g, T) = k'_{row}(S'_{wl}(T), T) \times \left\{ \left[\frac{k'_{row}(S_w, T)}{k'_{row}(S'_{wl}(T), T)} + \alpha(T) k'_{rw}(S_w, T) \right] \times \left[\frac{k'_{rog}(S_g, T)}{k'_{rog}(S'_{gl}(T), T)} + \beta(T) k'_{rg}(S_g, T) \right] - \left[\alpha(T) k'_{rw}(S_w, T) + \beta(T) k'_{rg}(S_g, T) \right] \right\}. \quad (17)$$

Если при расчете ОФП по нефти в трехфазной системе по формуле (17) получается, что $k_{ro}(S_w, S_g, T) < 0$, то полагают $k_{ro}(S_w, S_g, T) = 0$. Так как $k_{row}(S_{wl}, T) = k_{rog}(S_{gl}, T)$ – максимальное значение в таблице ОФП, формула (17) обеспечивает выполнение условий $k_{ro}(S_{wl}, S_g, T) = k_{rog}(S_g, T)$ и $k_{ro}(S_w, S_{gl}, T) = k_{row}(S_w, T)$.

Оценка влияния на нефтеотдачу переменной смачиваемости породы пласта-коллектора на примере внутрипластового горения

Для такой оценки была построена одномерная фильтрационная модель со следующими параметрами: число ячеек по осям $X \times Y \times Z = 30 \times 1 \times 1$; размеры ячеек по осям $X \times Y \times Z = 6,6666 \times 80 \times 20$ м; общие размеры пласта $200 \times 80 \times 20$ м; пористость 25 %; горизонтальная проницаемость 700 мД; объемная теплоемкость пласта $2216 \text{ кДж/м}^3/\text{°C}$; коэффициент теплопроводности $10,13 \text{ кДж/м/час/°C}$. Начальные параметры пласта: пластовая температура 30 °C ; пластовое давление 100 атм.; водонасыщенность 20 %; газа нет. При расчете использованы следующие компоненты: O_2 , CO_2 , N_2 , вода и псевдокомпоненты: фракция тяжелой нефти, фракция легкой нефти, кокс. Наличием растворенного в нефти природного газа можно пренебречь, так как высоковязкие нефти обычно содержат небольшое количество растворенного газа. На начальный момент времени углеводородный компонент в пласте представлен только фракцией тяжелой нефти. На рисунке 5 показана зависимость вязкости фракции тяжелой нефти в жидкой фазе от температуры. Вязкость тяжелой нефти несколько завышена, как и в работе [22]. Зависимостью вязкости от дав-

Рис. 5. Зависимость вязкости фракции тяжелой нефти в жидкой фазе от температуры

Fig. 5. Temperature dependence of heavy fraction viscosity in a liquid phase

ления пренебрегается. Вязкость нефти в начальных пластовых условиях (30 °C и 100 атм.) составляет 1 000 сПз.

Модель химических реакций была взята из работы [22] со следующими реакциями:

- горение тяжелой нефтяной фракции $\text{HEAVY} + 18,5\text{O}_2 \rightarrow 12\text{CO}_2 + 13\text{H}_2\text{O}$;
 - горение легкой нефтяной фракции $\text{LIGHT} + 5\text{O}_2 \rightarrow 3\text{CO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$;
 - пиролиз тяжелой нефтяной фракции $\text{HEAVY} \rightarrow 2\text{LIGHT} + 4,67\text{COKE}$;
 - горение кокса $\text{COKE} + 1,25\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 0,5\text{H}_2\text{O}$,
- где HEAVY – фракция тяжелой нефти; LIGHT – фракция легкой нефти; COKE – кокс.

Параметры химических реакций отражены в таблице 3.

Таблица 3

Параметры химических реакций

Table 3

Chemical reaction parameters

Реакция	Скорость реакции, кг-моль/сут	Константа энергии активации, кДж/кг-моль	Энтальпия реакции, кДж/кг-моль
1	0,45E+06	33300	8,18E+06
2	0,45E+06	33300	2,22E+06
3	0,135E+06	28800	4,69E+04
4	0,45E+06	23400	0,54E+06

Свойства флюидов взяты из работы [22]. Свойства фракций нефти представлены в таблице 4.

Молекулярная масса кокса принята 13 а.е.м. Плотность кокса при температуре 15 °C и давлении 1 атм. равна 1 200 кг/м³.

Моделировалось сухое внутрипластовое горение. В ячейке с координатами 1×1×1 расположена нагнетательная скважина, а в ячейке с координатами 30×1×1 – добывающая. В нагнетательную скважину закачивается воздух, обогащенный кислородом до 40 % по массе. Температура закачиваемого воздуха на забое нагнетательной скважины – 100 °C. Закачка рабочего агента – 56 тыс. нм³/сут., забойное давление в нагнетательной скважи-

не – 150 атм., забойное давление в добывающей скважине – 70 атм. В качестве ограничения на добывающей скважине принята обводненность 98 %, молярная доля кислорода в продукции скважины выше 1 % и газонефтяной фактор более 5 тыс. нм³/м³.

Таблица 4

Свойства фракций нефти

Table 4

Properties of oil fractions

Параметр	Фракция тяжелой нефти	Фракция легкой нефти
Молекулярная масса, а.е.м.	170	44
Критическое давление, атм.	18,5	43,1
Критическая температура, °C	897	735
Плотность, кг/м ³	при 1 атм. и 0 °C равна 853	при 70 атм. и 0 °C равна 747
Сжимаемость, 1/атм.	1,0·10 ⁻⁵	2,2·10 ⁻⁴
Коэффициент температурного расширения, 1/K	3,0·10 ⁻⁴	6,2·10 ⁻⁴
Теплота парообразования, кДж/кг	615	213

Рассмотрены два варианта расчетов – без учета зависимости ОФП от температуры и с учетом такой зависимости.

На рисунке 6 приведен полученный в результате моделирования профиль распределения температуры в пласте через 25 лет после начала разработки, на отметке 0 м находится нагнетательная скважина, 200 м – добывающая. Видно, что наличие зависимости ОФП от температуры в расчетах приводит к смещению теплового фронта на 50 метров в сторону добывающей скважины, что составляет 25 % расстояния между скважинами, а следо-

Рис. 6. Профиль распределения температуры в пласте через 25 лет после начала разработки

Fig. 6. Reservoir temperature profile after 25 years of production

вательно, существенно влияет на показатели разработки, в том числе на нефтеотдачу.

На рисунке 7 приведена полученная зависимость накопленной добычи нефти от времени. Добыча прекращена из-за приближения фронта горения к добывающей скважине и прорыва кислорода. Увеличение скорости роста накопленной добычи нефти к концу разработки по обоим вариантам связано с подходом к добывающей скважине так называемого нефтяного вала (области повышенной нефтенасыщенности), расположенного перед фронтом горения. При наличии зависимости ОФП от температуры в процессе разработки добывается 52,79 тыс. т нефти за 34,83 года. При наличии этой зависимости добыча нефти падает до 48,44 тыс. т, а время разработки – до 29,25 года. Таким образом, не учитывая зависимость ОФП от температуры, накопленная добыча нефти завышена на 19,1 % относ., а срок разработки – на 10,0 % относ.

Заключение

Для системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей многофазную многокомпонентную неизоэтермическую фильтрацию с химическими реакциями, предложена оригинальная, неявная по давлению и явная по температуре и концентрациям конечно-разностная схема. Это позволяет использовать достаточно простой вычислительный алгоритм для решения задачи с большим количеством неизвестных и физических процессов. Кроме обычно учитываемых при решении такого рода задач явлений и процессов, рассматриваемая модель также учитывает зависимость относительных фазовых проницаемостей от температуры. Для обеспечения устойчивости численной схемы необходимо следить, чтобы изменения неизвестных (давление, температура, концентрации) за временной шаг не превышали заранее заданных предельных значений.

При моделировании внутрипластового горения пренебрежение изменениями смачиваемости, обусловленными созданием в пласте поля температур, переменного по пространству и времени, может приводить к значительным погрешностям в прогнозе накопленной добычи нефти (до 20 % относ.) и времени разработки (до 10 % относ.). Учет этого эффекта может быть осуществлен только на основании результатов экспериментального изучения изменений смачиваемости (и относительной фазовой проницаемости) при повышении температуры.

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук № 1.2.П27, заказ № 18-0110_П, НИР № 0065-2018-0110.

Литература

1. Якуцени В.П., Петрова Ю.Э., Суханов А.А. Нетрадиционные ресурсы углеводородов – резерв для восполнения сырьевой базы нефти и газа в России // Нефтегазовая геология. Теория и практика. 2009. № 4. С. 11–31.
2. Боксерман А.А., Цуканов А.А., Гришин П.А. Термогазовый метод увеличения нефтеотдачи: состояние и перспективы применения // Эффективные технологии разработки залежей углеводородов: матер. науч.-практич. конф. 2013. Речица, Беларусь. С. 41–44.
3. Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М.: Недра, 1988. 424 с.
4. Антониади Д.Г., Гарушев А.Р., Ишханов Б.Г. Настольная книга по термическим методам добычи нефти. Краснодар: Советская Кубань, 2000. 464 с.
5. Боксерман А.А. Востребованность современных МУН – обязательное условие преодоления падения нефтеотдачи // Нефтяное хозяйство. 2004. № 10. С. 41–46.
6. Бетелин В.Б., Юдин В.А., Афанаскин И.В., Вольпин С.Г., Кац Р.М., Королев А.В. Создание отечественного термогидросимулятора – необходимый этап освоения нетрадиционных залежей углеводородов России. М.: Изд-во НИИСИ РАН, 2015. 206 с.
7. Partha S. Sarathi. In-situ combustion hand book – principles and practices. Final Report. 1998. URL: http://repository.icse.utah.edu/dspace/bitstream/123456789/5336/2/DOE-PC-91008-0374-OSTI_ID-3175-.pdf (дата обращения: 22.04.2018).
8. Алишаев М.Г., Розенберг М.Д., Теслюк Е.В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений. М.: Недра, 1985. 271 с.
9. Юдин В.А., Вольпин С.Г. Возможные изменения смачиваемости пород баженовской свиты при термогазовом воздействии // Вестн. кибернетики. 2017. № 2. С. 73–79.
10. Юдин В.А., Афанаскин И.В. Необходимость учета изменения смачиваемости пород при моделировании тепловых методов добычи нефти // Тр. НИИСИ РАН. 2018. Т. 8. № 1. С. 56–64.
11. Punase A., Zou A., Elputranto R. How do thermal recovery methods affect wettability alteration? IJPE, 2014, vol. 2014, Art. ID 538021, 9 p.
12. Brandt A.R. Converting Oil Shale to Liquid Fuels: Energy Inputs and Greenhouse Gas Emissions of the Shell in Situ Conversion Process. Environmental Science & Technology, 2008, vol. 42, no. 19, pp. 7489–7494.
13. Осокин А.Е. Автомодельные задачи неизотермической двухфазной фильтрации и теплового пограничного слоя: дис. ... к.ф.-м.н. Горно-Алтайск, Новосибирск, 1998. 112 с.
14. Алексеева К.О., Аксаков А.В. Моделирование задач двухфазной неизотермической фильтрации на основе уравнения Рапопорта–Лиса // Вестн. УГАТУ. 2014. Т. 18. № 1. С. 174–179.
15. Байгереев Д.Р. Экономические разностные схемы для за-

дачи трехфазной неизотермической фильтрации в переменных глобальное давление, насыщенность, температура: дис. ... Ph.D. Республика Казахстан. Усть-Каменогорск, 2017. 126 с.

16. Титов А.П. Повышение нефтеотдачи неоднородных по проницаемости пластов в условиях неизотермической фильтрации: дис. ... к.т.н. Уфа, 2008. 172 с.

17. Бочаров О.Б., Осокин А.Е. Численное исследование автомодельных задач неизотермической двухфазной фильтрации // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002. Т. 5. № 1. С. 8–19.

18. Шарафутдинов Р.Ф. Исследование процессов неизотермической фильтрации жидкости и газа с фазовыми переходами: дис. ... к.т.н. Уфа, 1990. 168 с.

19. Владимиров И.В., Валиев Э.М. Изучение процессов не-

изотермической фильтрации в поровых коллекторах при применении тепловых методов в разработке залежей высоковязкой нефти // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2014. № 2. С. 27–40.

20. Ермилов О.М., Ремизов В.В., Ширковский А.И., Чугунов Л.С. Физика пласта, добыча и подземное хранение газа. М.: Наука, 1996. 541 с.

21. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.–Ижевск: Изд-во ИКИ, 2004. 416 с.

22. Coats K.H. In-situ combustion model. SPE of AIM, 1980, no. 8394, pp. 533–554.

23. Программа для моделирования процессов разработки нефтегазовых месторождений tNavigator версия 3.0. Технич. руководство. М.: Rock Flow Dynamics, 2009. 782 с.

Software & Systems

DOI: 10.15827/0236-235X.123.482-494

Received 03.05.18

2018, vol. 31, no. 3, pp. 482–494

A mathematical model approach for evaluation of oil recovery changes caused by wettability during in-situ combustion

I.V. Afanaskin¹, Ph.D. (Engineering), Leading Researcher, ivan@afanaskin.ru

A.V. Korolev¹, Ph.D. (Engineering), Senior Researcher, alexandre.korolev@mail.ru

V.A. Yudin¹, Ph.D. (Physics and Mathematics), Senior Researcher, yudinval@yandex.ru

¹ Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences" (SRISA RAS), Moscow, 117218, Russian Federation

Abstract. The paper considers a problem arising in simulation of EOR thermal methods that is wettability changes influenced by formation heating. EOR thermal methods may make a formation temperature rise up to 100–500 °C above the initial value. Wettability may change in time and space as a result of such artificial temperature distribution. Thus, the fluid flow in formation and the result of applying EOR thermal methods may change dramatically.

Investigation of wettability temperature changes requires complicated experiments that take into account temperature changes of a big number of physical processes effecting wettability. Before conducting such experiments, it is mandatory to estimate the importance of such factor in forecasting EOR thermal methods result using computer simulation.

The article took into account wettability temperature changes by implementing temperature dependence of critical points on phase relative permeability curves, both for oil and water.

The authors consider the problem of multi-phase multi-component non-isothermal filtration through with chemical reactions that took into account a temperature dependence of relative phase permeabilities. They proposed an original finite-difference scheme that is implicit on pressure and explicit on temperature and concentrations. The calculations showed that if wettability changes due to temperature profile variability in formation space and time are neglected, considerable errors may occur in estimates of cumulative production and time of oxygen breakthrough in predicting in-situ combustion results by computer simulation. These errors may be as much as 20 % in cumulative production and 10 % in breakthrough time. To take into account this effect, it is necessary to study the changes in wettability (and relative permeability) experimentally with increasing formation temperature.

Keywords: wettability, temperature dependence of relative phase permeabilities, simulation of flow through porous media, in-situ combustion.

Acknowledgements. The article has been supported by the Program of Fundamental Scientific Research of State Academies of Sciences no. I.2.P27, order no. 18-0110_P, Research no. 0065-2018-0110.

References

1. Yakutseni V.P., Petrova Yu.E., Sukhanov A.A. Unconventional hydrocarbon resources – a reserve for replenishing the resource base of oil and gas in Russia. *Petroleum Geology. Theoretical and Applied Studies*. 2009, no. 4, pp. 11–31 (in Russ.).
2. Bokserman A.A., Tsukanov A.A., Grishin P.A. Thermogas method of increasing oil recovery: state and prospects of application. *Proc. Sci.-pract. Conf. "Effective Technologies for the Development of Hydrocarbon Deposits"*. 2013, Rechitsa, Belarus, pp. 41–44 (in Russ.).
3. Burzhe Zh., Surio P., Kombarnu M. *Thermal Methods for Enhanced Oil Recovery*. Moscow, Nedra Publ., 1988, 424 p.
4. Antoniadis D.G., Garushev A.R., Ishkhanov B.G. *Handbook on Thermal Methods of Oil Production*. Krasnodar, Sovetskaya Kuban Publ., 2000.
5. Bokserman A.A. Demand for Modern EOR is a Prerequisite for Overcoming the Decline in Oil Recovery. *Oil Industry*. 2004, no. 10, pp. 41–46 (in Russ.).
6. Betelin V.B., Yudin V.A., Afanaskin I.V., Volpin S.G., Kats R.M., Korolev A.V. *Creation of a Domestic Thermohydro-simulator is an Indispensable Stage in the Development of Non-Traditional Hydrocarbon Deposits in Russia*. Moscow, FGU FNTs NIISI RAN Publ., 2015, 206 p.
7. Partha S. Sarathi. *In-situ Combustion Handbook – Principles and Practices*. Final Report. BDM Petroleum Technologies. BDM-Oklahoma Inc. Bartlesville. Oklahoma, National Petroleum Technology Office U.S. DEPARTMENT OF ENERGY. Tulsa. Oklahoma. 1998. Available at: http://repository.icse.utah.edu/dspace/bitstream/123456789/5336/2/DOE-PC-91008-0374-OSTI_ID-3175-.pdf/ (accessed April 22, 2018).
8. Alishaev M.G., Rozenberg M.D., Teslyuk E.V. *Non-Isothermal Flow in Oil Fields Production*. Moscow, Nedra Publ., 1985, 271 p.
9. Yudin V.A., Volpin S.G. Possible changes in the wettability of the rocks of the bazhenov formation during thermogas effects. *Proc. in Cybernetics*. 2017, no. 2, pp. 73–79 (in Russ.).
10. Yudin V.A., Afanaskin I.V. The need to take into account changes in rock wettability in the modeling of thermal methods of oil production. *SRISA RAS Proc*. 2018, vol. 8, no. 1, pp. 56–64 (in Russ.).
11. Punase A., Zou A., Elputranto R. How do thermal recovery methods affect wettability alteration? *IJPE*, 2014, vol. 2014, Art. ID 538021, 9 p.
12. Brandt A.R. Converting Oil Shale to Liquid Fuels: Energy Inputs and Greenhouse Gas Emissions of the Shell in Situ Conversion Process. *Environmental Science & Technology*. 2008, vol. 42, no. 19, pp. 7489–7494.
13. Osokin A.E. *Self-Similar Problems of Non-Isothermal Two-Phase Flow and Thermal Boundary Layer*. PhD Thesis. Gorno-Altaysk, Novosibirsk, 1998.
14. Alekseeva K.O., Aksakov A.V. Simulation of Two-Phase Non-Isothermal Flow Problems Based on the Rapoport-Lis Equation. *Bulletin of USATU*. 2014, vol. 18, no. 1, pp. 174–179 (in Russ.).
15. Baygereev D.R. *Economical Difference Schemes for the Problem of Three-Phase Non-Isothermal Filtration in Variables Global Pressure, Saturation, Temperature*. PhD Thesis. Republic of Kazakhstan. Ust-Kamenogorsk, 2017.
16. Titov A.P. *Increase in Oil Recovery of Reservoir Heterogeneous Permeability in Conditions of Nonisothermal Flow*. PhD Thesis. Ufa, 2008.
17. Bocharov O.B., Osokin A.E. Numerical Investigation of Self-Similar Problems of Non-Isothermal Two-Phase Flow. *J. of Applied and Industrial Mathematics*. 2002, vol. 5, no. 1, pp. 8–19 (in Russ.).
18. Sharafutdinov R.F. *Investigation of Processes of Liquid and Gas Nonisothermal Flow with Phase Transitions*. PhD Thesis. Ufa, 1990.
19. Vladimirov I.V., Valiev E.M. Studying nonisothermal flow processes in porous reservoirs when applying thermal methods in the development of high-viscosity oil deposits. *Problems of Collecting, Preparing and Transporting Oil and Oil Products*. 2014, no. 2, pp. 27–40 (in Russ.).
20. Ermilov O.M., Remizov V.V., Shirkovskiy A.I., Chugunov L.S. *Reservoir Physics, Gas Production and Underground Storage*. Moscow, Nauka Publ., 1996, 541 p.
21. Aziz Kh., Settari E. *Mathematical Modeling of Reservoir Systems*. Moscow–Izhevsk, IKI Publ., 2004, 416 p.
22. Coats K.H. In-situ combustion model. *SPE of AIM*. 1980, no. 8394, pp. 533–554.
23. *The Program for Modeling Processes of Development of Oil and gas Deposits tNavigator 3.0*. Technical Manual. Moscow, Rock Flow Dynamics, 2009, 782 p.