УДК 519.17

DOI: 10.15827/0236-235X.130.349-356

Дата подачи статьи: 06.12.19

2020. Т. 33. № 2. С. 349–356

Сравнительный анализ алгоритмов выявления сообществ в сложных сетевых системах на примере социальных сетей

А.А. Кочкаров¹, к.ф.-м.н., доцент департамента анализа данных,
принятия решений и финансовых технологий, akochkar@gmail.com

Н.В. Калашиников¹, соискатель, nikita_007_94@mail.ru

Р.А. Кочкаров¹, к.э.н., доцент департамента анализа данных,
принятия решений и финансовых технологий, rasul_kochkarov@mail.ru

¹ Финансовый университет при Правительстве РФ, г. Москва, 125993, Россия

В работе рассматривается задача выделения сообществ в социальных сетях. Для исследования социальных сетей используется графовый подход. Проведен сравнительный анализ базовых алгоритмов и предложенного авторами агрегированного алгоритма.

Для тестирования алгоритмов первоначально были сгенерированы графы с разным уровнем зашумления и заданным числом сообществ. Для сравнения разбиений на графах использовались две известные метрики – Normalized Mutual Information (NMI) и split join distance, каждая из которых обладает своими преимуществами.

Для верификации базовых алгоритмов проведен анализ эгографов социальной сети Facebook на наличие в них сообществ, а также апробирован агрегированный алгоритм MetaClust, показавший высокую результативность по сравнению с базовыми. Значения модулярности для его разбиений (в среднем) выше по сравнению с базовыми алгоритмами. О качестве алгоритма также можно судить по отсутствию у распределения модулярности «хвоста». Средние результаты, показанные алгоритмами на сгенерированных графах, соответствуют результатам применения на эгосетях.

Для генерации модельных данных представляется целесообразным применять предфрактальные графы и шире использовать класс динамических графов. Последовательность сгенерированных графов сообществ соответствует траектории динамического графа, сообщества представляют собой затравки и блоки, а зашумление – добавление новых ребер разного ранга между затравками.

На следующем этапе предполагается осуществить формальное описание зашумления графов в терминологии класса динамических и предфрактальных графов. Использование класса предфрактальных графов позволит вычислять структурные характеристики и свойства графов и сообществ в них.

Ключевые слова: социальные сети, сообщества, базовые алгоритмы, агрегированный алгоритм, динамический граф.

Исследованием социальных данных активно занимаются научные группы из ведущих университетов мира – Оксфорд, Стенфорд, МПТ. Транснациональные компании, владеющие социальными сетями, такими как Facebook и Youtube, инвестируют в разработку технологий обработки и анализа больших объемов пользовательских данных. Исследовательские центры по всему миру используют данные социальных сетей для моделирования социальных, экономических, политических и других процессов от персонального до государственного уровня с целью разработки механизмов воздействия на эти процессы, а также создания инновационных аналитических и бизнес-приложений и сервисов.

В данной работе рассматривается одна из актуальных задач анализа социальных сетей – вы-

деление сообществ. Наличие сообществ является характерной особенностью социальных сетей, и выделение структуры сообществ позволяет исследовать такие проблемы, как обнаружение преступных групп, выявление ботов пропагандистов, сегментация пользователей для увеличения эффективности контекстной рекламы, рекомендательных систем и многие другие.

Вместе с тем при работе с социальными данными следует принять во внимание такие факторы, как нестабильность качества пользовательского контента (спам и ложные аккаунты), проблемы с обеспечением приватности личных данных пользователей при хранении и обработке, а также частые обновления пользовательской модели и функционала. Все это требует постоянного совершенствования алгоритмов решения различных аналитических задач.

В работе проводится сравнение известных алгоритмов выделения сообществ. Для этого используются графы, сгенерированные по модели *l*-partition [1], а также эгографы пользователей социальной сети Facebook, размещенные на платформе kaggle (<https://www.kaggle.com/c/learning-social-circles/data>). В роли метрик качества алгоритмов выступают показатели *Normalized Mutual Information* (NMI) и *split join distance* [2–4].

Сравнение разбиений на графах

Во многих известных алгоритмах для оценки качества разбиения используется мера модулярности, которая отражает, насколько структура сообществ в искомом графе отличается от структуры сообществ (насколько выразительны эти сообщества) в случайном графе с равным количеством вершин и распределением их степеней. Мера интуитивно понятная, и, как показывают эксперименты, ее оптимизация действительно приводит к выявлению структуры сообществ в сетях.

Однако бывают случаи, когда известна принадлежность вершин графа к тому или иному сообществу подобному тому, как в задаче обучения с учителем известна метка каждого объекта. Поэтому применяется показатель, отражающий сходство двух разбиений на графе. Получив значения этого показателя и разметку вершин графа, предполагается выяснить, какое из разбиений, предложенных разными алгоритмами, больше похоже на искомое.

Метрика NMI. Одной из известных мер сходства двух разбиений является метрика NMI. Эта метрика взята из теории информации и звучит как «если два разбиения похожи, то необходимо немного информации, чтобы восстановить одно из другого». Количество этой информации и интерпретируется как мера расхождения двух разбиений. Мерой сходства является величина $1 - \text{NMI}$ [5].

Представим результат работы двух алгоритмов по выделению сообществ $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$, где i – номер вершины, а x_i, y_i – метки, которые выдали алгоритмы вершине i . Предполагается, что метки x и y – это значения случайных величин X и Y , для которых задано совместное распределение $P(X = x, Y = y) = n_{xy}/n$, где n_{xy} – количество вершин, таких, что $x_i = x, y_i = y$, а n – общее число вершин в графе. По аналогии определяются распределения $P(X = x) = n_x/n$ и $P(Y = y) = n_y/n$. Тогда информация между распределениями будет определяться следующим

образом: $I(X, Y) = H(X) - H(X/Y)$, где $H(X), H(X/Y)$ – энтропия и условная энтропия: $H(X) = -\sum_x P(x) \log P(x)$, $H(X/Y) = -\sum_{x,y} P(x, y) \log P(x/y)$.

В качестве меры непохожести используется нормированная величина NMI: $I_{\text{norm}} = [2I(X, Y)] / [H(X) + H(Y)]$. Значение $I_{\text{norm}} = 1$ соответствует идентичным разбиениям. В качестве меры сходства двух разбиений далее применяется величина $1 - I_{\text{norm}}$.

Метрика split join distance. Расстояние между разбиениями (*split join distance*) определяет минимально необходимое количество операций для перехода от одного разбиения к другому [6]. Такие операции включают добавление вершины, удаление вершины, создание разбиения с одной вершиной, удаление разбиения с одной вершиной.

Генерация графов для тестирования модели *l*-partition

Для тестирования алгоритмов выделения сообществ целесообразно использовать графы, в которых присутствуют сообщества. Простой подход – генерация случайного графа с заданными вероятностями появления ребер между любой парой вершин не гарантирует появление сообществ в нем.

Одним из методов генерации случайных графов со структурой сообществ является *l*-partition. Метод генерирует граф с $n = g * l$ вершин, где l – количество сообществ; g – количество вершин в сообществах. Вероятность p_{in} определяет появление ребра между вершинами одного сообщества; p_{out} – вероятность появления ребра между вершинами разных сообществ. При $p_{in} > p_{out}$ плотность связей внутри сообщества выше, чем за его пределами, то есть в графе присутствуют сообщества.

Этому методу генерации графов присущи некоторые недостатки: сгенерированный граф имеет экспоненциальную степень распределения вершин, тогда как реальные сети – степенное распределение [7]; размер сообществ всегда фиксирован, что может внести некое смещение при сравнении качества работы алгоритмов. Для оценки качества алгоритмов на тестовых данных недостаточно одной генерации с заданными параметрами, необходимо провести анализ устойчивости алгоритмов к зашумлению структуры сообществ.

Для зашумления графа применяется следующая процедура: генерируется случайный граф с заданным параметром p_{in} , далее итеративно добавляются ребра между вершинами из

разных сообществ, регулируя их количество параметром p_{out} . На каждой итерации значение p_{out} увеличивается p_{step} , в данной работе выбран параметр $p_{out} = 0,01$. Результатом является последовательность графов с постепенным зашумлением сообществ. На рисунке 1 представлена последовательность графов с сообществами в них, сгенерированных по методу l -partition. В левом верхнем углу граф с ярко выраженной структурой сообществ, сгенерированных по схеме Гирвана–Ньюмана, вероятность появления ребра между сообществами $p_{out} = 0,01$. В правом нижнем углу граф с зашумлением и сложно различимой структурой сообществ с параметром $p_{out} = 0,45$.

Анализ алгоритмов на модельных данных

Для тестирования алгоритмов с известной структурой сообществ сгенерированы случайные графы по схеме l -partition с количеством сообществ, равным 4, в каждом по 16 вершин. Вероятность появления ребра в сообществе $p_{in} = 0,5$. Начальное значение вероятности появления ребра между вершинами разных сообществ $p_{out} = 0,01$. Осуществляется зашумление структуры сообществ в графе до значения $p_{out} = 0,45$ с шагом 0,01. Последовательность состояний моделируемого графа задана ранее (рис. 1).

Рис. 1. Модельный эксперимент зашумления графа сообществ

Fig. 1. The model experiment of noisy community graph

Метрики NMI и split join distance показывают оценки качества работы алгоритмов, при этом чем ниже значение метрики, тем выше результативность алгоритма. На рисунках 2 и 3 визуализированы результаты работы алгоритмов.

Рис. 2. Результаты работы базовых алгоритмов выделения сообществ на модельных данных. Метрика NMI

Fig. 2. The basic algorithm results for the community allocation on model data. NMI metric

Рис. 3. Результаты работы базовых алгоритмов выделения сообществ на модельных данных. Метрика split join distance

Fig. 3. The basic algorithm results for the community allocation on model data. Split join distance metric

На рисунке 2 алгоритмы Label Propagation и Infomap на уровне зашумления графа $p_{out} = 0,15$ определяют весь граф как одно сообщество,

о чем свидетельствуют значения метрики NMI, равные единице.

На рисунке 3 алгоритмы Label Propagation и Infomap сходятся к константе, что соответствует определению всего графа как одного сообщества.

Лучше всего с выделением сообществ справились алгоритмы multilevel и walktrap. Следует отметить порог $p_{out} = 0,25$, вплоть до которого алгоритмы выдают верные разбиения графа.

На рисунке 4 показаны результаты работы агрегированного алгоритма MetaClust в сравне-

а)

б)

Рис. 4. Результаты работы агрегированного алгоритма MetaClust: а) метрика NMI, б) на модельных данных. Метрика split join distance

Fig. 4. The aggregated MetaClust algorithm results on model data: а) NMI metric, б) split join distance metric

нии с базовыми алгоритмами. Значения кривой метрик заданы пунктирной линией.

Предложенный алгоритм MetaClust по метрике качества split join distance работает не хуже лучшего из базовых алгоритмов на всем отрезке зашумления. Согласно метрике NMI, агрегированный алгоритм справляется хуже методов multilevel и walktrap на отрезке зашумления $p_{out} \in (0,01;0,30)$, в то же время превосходя алгоритмы fastgreedy и eigenvector. В момент, когда структура сообществ в графе оказывается сильно зашумленной, $p_{out} \in (0,30; 0,45)$, агрегированный алгоритм демонстрирует наилучшее качество работы по обоим метрикам.

Агрегированный алгоритм MetaClust основан на методе кластеризации k-means и требует указания точного количества сообществ в отличие от всех базовых алгоритмов. Этот параметр определяется базовыми алгоритмами и затем используется для агрегированного алгоритма. В настоящей работе агрегированный алгоритм MetaClust состоит из 4 базовых и фактически имеет вычислительную сложность, сопоставимую с суммой этих базовых алгоритмов. Сравнение времени исполнения алгоритмов на модельных данных с зашумлением графа представлено на рисунке 5. Алгоритм multilevel, вычислительная сложность которого зависит практически линейно от количества вершин в графе, показал наилучшие результаты. Алгоритмы walktrap и eigenvector ожидаемо показали меньшую скорость работы в силу квадратичности вычислительной сложности.

Анализ эгографов социальной сети Facebook

На платформе kaggle.com размещена задача выделения сообществ (Learning social circles in network) на эгографах пользователей Facebook. Эгограф пользователя – это граф, вершинами которого являются друзья пользователя, а ребра отражают наличие дружбы с ними. Помимо эгографов, участникам предоставили анонимизированную социально-демографическую информацию из профилей пользователей. В качестве метрики в этой задаче была использована split join distance, а тестовой выборки – 110 эгосетей пользователей. Эгосети представляют интерес в данной работе для анализа качества работы алгоритмов на них с помощью модулярности.

Далее рассматриваются алгоритмы выделения сообществ в эгосетях пользователей социальной сети Facebook, включая label propagation и infomap, получившие низкие оценки метрик на модельных данных. Результаты работы алгоритмов приведены на рисунке 5. По оси ординат отражено распределение значений модулярностей для каждого алгоритма. Большие значения модулярности соответствуют более качественному выделению сообществ. Прежде всего стоит отметить, что эгосети у рассмотренных 104 пользователей неоднородны и разнородность, плотность, зашумление их сообществ сильно отличаются. Об этом можно судить по разбросу значений модулярности, которые достаточно равномерно распределены на отрезке $[0,2; 0,7]$.

Методы, которые на модельных данных по мере зашумления графа вырождались в константу, на реальных данных уже не сходились к константе. Тем не менее, оценка качества алгоритмов label propagation и infomap по модулярности также ниже, чем у остальных базовых алгоритмов (на рисунке это отражается в длинных «хвостах» распределений модулярностей). Остальные базовые алгоритмы справились примерно одинаково.

Предложенный алгоритм MetaClust показал высокую результативность по сравнению с базовыми. На рисунке (см. <http://www.swsys.ru/uploaded/image/2020-2/2020-2-dop/7.jpg>) видно, что значения модулярности для его разбиений (в среднем) выше по оси ординат. Также о качестве алгоритма можно судить по отсутствию у распределения модулярности «хвоста».

Рис. 5. Время исполнения базовых и агрегированного алгоритмов

Fig. 5. The basic and aggregated algorithm execution time

В исследованных данных лишь один пользователь оказался с ярко выраженной структурой сообществ, все алгоритмы на его эгосети показывают значение модулярности больше 0,8. На рисунке 6 представлена эгосеть этого пользователя с результатом выделения сообществ посредством алгоритма MetaClust. Нужно заметить, что средние результаты, показанные алгоритмами на всей выборке, ранжируются в том же порядке, что и их качество на сети данного пользователя, откуда также заметно преимущество предложенного алгоритма. Разными цветами обозначены разбиение вершин графа на сообщества алгоритмом MetaClust, значение модулярности для алгоритма $Q = 0,9$.

Важно понимать, насколько качество агрегированного алгоритма отличается от качества лучшего из базовых. Гистограмма значений разности модулярности для агрегированного метода и лучшего из базовых (см. <http://www.swsys.ru/uploaded/image/2020-2/2020-2-dop/8.jpg>) показывает, что в большинстве случаев предложенный алгоритм MetaClust качественно выше, о чем можно судить по большей площади функции распределения, находящейся правее нуля.

Динамические и предфрактальные графы

Любая социальная сеть является подвижным объектом с изменяющейся структурой

связей во времени. Первый этап жизненного цикла социальной сети – рост (набор количества пользователей) и формирование связей между вершинами. На следующем этапе, поскольку количество пользователей ограничено, рост числа вершин замедляется, но при этом активно формируются новые связи – появляются новые ребра, исчезают старые связи – удаляются ребра. Естественно, эти два этапа органично переходят один в другой и распределены во времени, как топологическом, так и реальном.

Для генерации модельных данных представляется целесообразным использовать предфрактальные графы и шире применять класс динамических графов. Последовательность графов сообществ, сгенерированных с помощью метода l -partition, соответствует траектории динамического графа, сообщества представляют собой затравки и блоки, а зашумление – добавление новых ребер разного ранга между затравками. Следующим этапом видится формальное описание зашумления графов в терминологии класса динамических и предфрактальных графов. Использование класса предфрактальных графов позволит вычислять структурные характеристики и свойства графов и сообществ в них [8–10].

Заключение

Решение задач в социальных сетях востребовано крупными компаниями, в том числе российскими ИТ-гигантами. Представляется, что интерес к этой проблематике будет только расти в связи с расширением зоны охвата пользователей в социальных сетях и переходом покупателей в виртуальные магазины. В предстоящие 10 лет рынок услуг в социальных сетях может расширяться более чем в 7 раз в соответствии с прогнозом увеличения количества людей, которые получают доступ в глобальную сеть Интернет.

Развитие инструментальной базы моделирования, в частности, использование динамических и предфрактальных графов, позволит расширить круг задач в социальных сетях, в их числе многокритериальные (многопараметрические) задачи, задачи с множественными и нечеткими весами, разработка параллельных алгоритмов, прогнозные задачи с заданным уровнем надежности и многие другие [11, 12].

Вызывает интерес апробация предложенного агрегированного алгоритма на множестве

социальных сетей, а также в смежных областях исследований, где применяются методы выявления сообществ, в частности, в микробиоло-

гии, генетике, транспортно-логистических сетях, структурах распределенных вычислений (блокчейнах).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-00-01103.

Литература

1. Condon A., Karp R.M. Algorithms for Graph partitioning on the planted partition model. LNCS, 1999, vol. 1671, pp. 221–232. DOI: 10.1007/978-3-540-48413-4_23.
2. Azaouzi M., Rhouma D., Ben Romdhane L. Community detection in large-scale social networks: state-of-the-art and future directions. Soc. Netw. Anal. Min., 2019, no. 9. DOI: 10.1007/s13278-019-0566-x.
3. Muhammad A.J., Muhammad S.Y., Siddique L., Junaid Q., Adeel B. Community detection in networks: A multidisciplinary review. J. of Network and Computer Applications, 2018, vol. 108, pp. 87–111. DOI: 10.1016/j.jnca.2018.02.011.
4. Atay Y., Koc I., Babaoglu I., Kodaz H. Community detection from biological and social networks. Appl. Soft Comp., 2017, no. 50, pp. 194–211.
5. Zhang Q., Liu E.Y., Sarkar A., Wang W. Split-order distance for clustering and classification hierarchies. Proc. SSDBM. LNCS, Springer, 2009, vol. 5566, pp. 517–534. DOI: 10.1007/978-3-642-02279-1_37.
6. Shannon C.E. A mathematical theory of communication. Bell Syst. Tech. J., 1948, pp. 379–423.
7. Réka A., Barabási A.-L. Statistical mechanics of complex networks. Rev. Mod. Phys., 2002, no. 74, pp. 47–97.
8. Perepelitsa V.A., Kochkarov A.M., Sergienko I.V. Recognition of fractal graphs. Cybernetics and Syst. Analysis, 1999, vol. 35, no. 4, pp. 572–585.
9. Кочкаров А.А., Кочкаров Р.А., Малинецкий Г.Г. Некоторые аспекты динамической теории графов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015. Т. 55. № 9. С. 1623–1629. DOI: 10.7868/S0044466915090094.
10. Кочкаров А.А., Кочкаров Р.А. Параллельный алгоритм поиска кратчайшего пути на предфрактальном графе // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44. № 6. С. 1157–1162.
11. Биккузина А.И., Жуков А.О., Никольский Ю.В., Буханец Д.И. Подход к решению задачи упорядочения альтернатив в диалоговой системе моделирования принятия решений при информационно-аналитическом обеспечении оценки и прогноза экологического состояния территорий эксплуатации крупных технических комплексов // Новые исследования в разработке техники и технологий. 2014. № 1. С. 33–39.
12. Гладышев А.И., Жуков А.О. Использование в автоматизированной системе контроля полномочий биометрической идентификации // Вестн. Российского нового университета. 2013. № 4. С. 95–98.

Software & Systems
DOI: 10.15827/0236-235X.130.349-356

Received 06.12.19
2020, vol. 33, no. 2, pp. 349–356

Comparative analysis of community identification algorithms in complex network systems using social networks as an example

A.A. Kochkarov¹, Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor of Department of Data Analysis, Decision Making and Financial Technologies, akochkar@gmail.com

N.V. Kalashnikov¹, Applicant, nikita_007_94@mail.ru

R.A. Kochkarov¹, Ph.D. (Economics), Associate Professor of Department of Data Analysis, Decision Making and Financial Technologies, rasul_kochkarov@mail.ru

¹ Finance University under the Government of the Russian Federation, Moscow, 125993, Russian Federation

Abstract. The paper considers the identifying community in social networks. There is a graphical approach to the study of social networks. There is a comparative analysis of the basic algorithms and the aggregate algorithm proposed by the authors.

To test the algorithms, the authors generated graphs initially with different noise levels and gave a community number. To compare graph partitions, two well-known metrics the authors used – Normalized Mutual Information (NMI) and Split join distance. Each of the metrics has its own advantages.

To verify the basic algorithms, and analysis the authors made of the Facebook social network geographic for the community presence in them and tested the aggregated MetaClust algorithm. The proposed MetaClust algorithm showed high performance compared to the base ones. The modularity values for its partitions (on average) are higher compared to the basic algorithms. Also, the algorithm quality can be judged by the absence of a “tail” modularity in the distribution. The average results shown by the algorithms on the generated graphs correspond to the application results on the ego networks.

To generate model data, it seems appropriate to use pre-fractal graphs and a wider class of dynamic graphs. The sequence of generated community graphs corresponds to the dynamic graph trajectory, the communities are seeds and blocks, and the noise is the addition of the new edge different ranks between the seeds.

The next step is a formal description of the graphs’ noise in the class terminology of the dynamic and pre fractal graphs. Using the pre fractal graph class will allow us to calculate the structural characteristics and of graph properties and communities in them.

Keywords: social networks, communities, basic algorithms, aggregated algorithm, dynamic graph.

Acknowledgements. The paper was with the RFBR support, grant no. 18-00-01103.

References

1. Condon A., Karp R.M. Algorithms for graph partitioning on the planted partition model. *LNCS*, 1999, vol. 1671, pp. 221–232. DOI: 10.1007/978-3-540-48413-4_23.
2. Azaouzi M., Rhouma D., Ben Romdhane L. Community detection in large-scale social networks: state-of-the-art and future directions. *Soc. Netw. Anal. Min.*, 2019, no. 9. DOI: 10.1007/s13278-019-0566-x.
3. Muhammad A.J., Muhammad S.Y., Siddique L., Junaid Q., Adeel B. Community detection in networks: A multidisciplinary review. *J. of Network and Computer Applications*, 2018, vol. 108, pp. 87–111. DOI: 10.1016/j.jnca.2018.02.011.
4. Atay Y., Koc I., Babaoglu I., Kodaz H. Community detection from biological and social networks. *Appl. Soft Comp.*, 2017, no. 50, pp. 194–211.
5. Zhang Q., Liu E.Y., Sarkar A., Wang W. Split-order distance for clustering and classification hierarchies. *Proc. SSDBM. LNCS*, Springer, 2009, vol. 5566, pp. 517–534. DOI: 10.1007/978-3-642-02279-1_37.
6. Shannon C.E. A mathematical theory of communication. *Bell Syst. Tech. J.*, 1948, pp. 379–423.
7. Réka A., Barabási A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.*, 2002, no. 74, pp. 47–97.
8. Perepelitsa V.A., Kochkarov A.M., Sergienko I.V. Recognition of fractal graphs. *Cybernetics and Syst. Analysis*, 1999, vol. 35, no. 4, pp. 572–585.
9. Kochkarov A.A., Kochkarov R.A., Malinetskii G.G. Issues of dynamic graph theory. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2015, vol. 55, no. 9, pp. 1590–1596 (in Russ.). DOI: 10.7868/S0044466915090094.
10. Kochkarov A.A., Kochkarov R.A. Parallel algorithm for finding the shortest path on a prefractal graph. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2004, vol. 44, no. 6, pp. 1157–1162 (in Russ.).
11. Bikkuzina A.I., Zhukov A.O., Nikolsky Yu.V., Bukhanets D.I. An approach to solving the problem of ordering alternatives in a dialogue system for decision-making modeling with information and analytical support for assessing and predicting the ecological state of the territories of operation of large technical complexes. *New Studies in the Development of Equipment and Technologies*, 2014, no. 1, pp. 33–39 (in Russ.).
12. Gladyshev A.I., Zhukov A.O. The use of biometric identification authority in an automated control system. *Vestn. RosNOU*, 2013, no. 4, pp. 95–98 (in Russ.).

Для цитирования

Кочкаров А.А., Калашников Н.В., Кочкаров Р.А. Сравнительный анализ алгоритмов выявления сообществ в сложных сетевых системах на примере социальных сетей // Программные продукты и системы. 2020. Т. 33. № 2. С. 349–356. DOI: 10.15827/0236-235X.130.349-356.

For citation

Kochkarov A.A., Kalashnikov N.V., Kochkarov R.A. Comparative analysis of community identification algorithms in complex network systems using social networks as an example. *Software & Systems*, 2020, vol. 33, no. 2, pp. 349–356 (in Russ.). DOI: 10.15827/0236-235X.130.349-356.