УДК 620.1 Дата подачи статьи: 11.07.16
DOI: 10.15827/0236-235X.117.124-129 2017. Т. 30. № 1. С. 124–129

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНОГО ЦЕНЗУРИРОВАНИЯ

Л.В. Агамиров, д.т.н., профессор, mmk@mati.ru
(Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт», ул. Красноказарменная, 14, г. Москва, 111250, Россия);
В.Л. Агамиров, к.т.н., avl095@mail.ru;
Вестяк В.А., к.ф.-м.н., доцент, kaf311@yandex.ru
(Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Волоколамское шоссе, 4, г. Москва, 125993, Россия)

В работе рассматривается методика точечного и интервального оценивания параметров распределений, применяемых при статистическом анализе усталостных испытаний элементов авиационных конструкций на базе метода наименьших квадратов, учитывающая наличие цензурированных наблюдений.

Актуальность работы определяется тем, что при решении задачи оценивания параметров распределений характеристик усталостных свойств для статистического анализа результатов усталостных испытаний изделий авиационной техники необходимо учитывать образцы, для которых произошла остановка испытаний до достижения ими критического состояния. Решение данной задачи с использованием известных методов (метода максимального правдоподобия) затруднено из-за немонотонности целевых функций, наличия ряда локальных экстремумов и т.д.

Первая часть статьи посвящена методике оценивания параметров распределения наблюдаемой случайной величины для полной выборки, преобразованной из многократно цензурированной (неполной) выборки путем бутстреп-моделирования, основанного на порядковых статистиках. Преобразование исходной случайно цензурированной выборки в квазиполную осуществляется для того, чтобы можно было использовать метод наименьших квадратов для оценки параметров распределения, поскольку этот метод применим только для полных выборок.

Во второй части статьи говорится о построении доверительных границ для квантиля распределения наблюдаемой случайной величины. В авиационной технике это применимо для оценки гарантированного ресурса, нормируемого по нижней доверительной границе квантиля долговечности.

Авторами разработана методика приведения в общем случае многократно цензурированной неполной выборки к эквивалентной квазиполной выборке, для которой можно использовать метод наименьших квадратов, а следовательно, получить наиболее устойчивые и эффективные оценки с минимальной дисперсией. Таким образом, решена задача точечного и интервального оценивания параметров распределений характеристик усталостных свойств элементов авиационных конструкций с учетом наличия многократно цензурированных наблюдений.

Ключевые слова: *живучесть, бутстреп-моделирование, метод наименьших квадратов, порядковые статистики, случайное цензурирование.*

Сокращение сроков ввода в эксплуатацию изделий авиационной техники, малые объемы подвергаемых испытаниям элементов авиационных конструкций, образующиеся в результате этих факторов незавершенные выборочные совокупности наблюдений требуют разработки и внедрения соответствующих методов статистического анализа, учитывающих эти обстоятельства. Многократно цензурированные выборки [1, 2] образуются в результате определения наработки ответственных элементов конструкции, достигших или не достигших критического состояния к моменту технического осмотра. Случайно цензурированные выборки могут образовываться также при испытаниях на усталость материалов и элементов двигателей, агрегатов и планера летательных аппаратов, когда ряд объектов в связи с ограничением времени не достигают критического состояния и снимаются с испытаний. В этих условиях одной из проблем является оценка характеристик долговечности и ресурса авиационных конструкций. Известные методы оценивания, такие как метод максимального правдоподобия [1–4], приводят к сложным системам нелинейных уравнений, решение которых затруднено из-за немонотонности целевых функций, наличия ряда локальных экстремумов и т.д.

В связи с этим в настоящей работе рассматривается задача моделирования и оценивания параметров незавершенных выборочных совокупностей *методом наименьших квадратов* (МНК), обладающим уникальными свойствами наиболее устойчивых и эффективных для малых выборок оценок с минимальной дисперсией.

В соответствии с МНК [3, 4] вектор оценок параметров линейной модели

$$y = X \cdot b, \qquad (1)$$

где y – вектор-столбец наблюдений размерности n; X – матрица размерности $n \times k_1$ известных коэффициентов ($n > k_1$); b – вектор-столбец параметров размерности k_1, определяется из уравнения

$$\hat{b} = (X^T \cdot V^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot V^{-1} \cdot y. \qquad (2)$$

Матрица рассеяния оценок b определяется из уравнения

$$D(\hat{b}) = (\nu) = \frac{\sigma^2}{n}(\nu^*)\ ;\ (\nu^*) = n \cdot (X^T \cdot V^{-1} \cdot X)^{-1}, \qquad (3)$$

несмещенная оценка для остаточной дисперсии σ^2 определяется формулой

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-k_1} \cdot (y - X \cdot \hat{b})^T \cdot V^{-1} \cdot (y - X \cdot \hat{b}), \quad (4)$$

где V – ковариационная матрица размерности $n \times n$ оценок параметров линейной модели.

Адекватность модели проверяется обычным способом на основании F-распределения дисперсионного отношения [3, 4].

Уравнения (3) и (4) позволяют оценивать параметры расположения (сдвига) и масштаба на основании порядковых статистик, то есть выборочных наблюдений, упорядоченных по величине. Пусть y_i – порядковые статистики, a и σ – параметры сдвига и масштаба (необязательно среднее и стандартное отклонения). В соответствии с МНК матрица X размерности $n \times 2$ имеет следующий вид:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 \\ 1 & \alpha_2 \\ \dots & \dots \\ 1_n & \alpha_n \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где α – вектор-столбец размерности n математических ожиданий порядковых статистик.

Оценки параметров сдвига и масштаба и их матрица рассеяния определяются по уравнениям (2) и (3), где V – ковариационная матрица размерности $n \times n$ нормированных порядковых статистик.

Элементы вектора математических ожиданий (α) и ковариационной матрицы (V) нормированных порядковых статистик [3, 4] определяются из следующих уравнений:

$$\alpha_l = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot [1 - F(x)]^{n-l} \cdot [F(x)]^{l-1} \cdot dx}{B(l, n-l+1)}, \quad (6)$$

$$V_{l,l} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) \cdot [1 - F(x)]^{n-l} \cdot [F(x)]^{l-1} \cdot dx}{B(l, n-l+1)} - \alpha_l^2, \quad (7)$$

$$V_{l,s}(l < s) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot [1 - F(x)]^{n-s} \cdot dx}{B(l, s-l+1) \cdot B(s, n-s+1)} \times$$

$$\times \frac{\int_{-\infty}^{x} y \cdot f(y) \cdot [F(x) - F(y)]^{s-l-1} \cdot [F(y)]^{l-1} \cdot dy}{B(l, s-l+1) \cdot B(s, n-s+1)} - \alpha_l \cdot \alpha_s, \quad (8)$$

$$B(a,b) = \frac{(b-1)! \cdot (a-1)!}{(a+b-1)!}, \quad (9)$$

где l, s =1, ..., n; $f(z)$, $F(z)$ – плотность и функция нормированного непрерывного распределения с параметрами сдвига и масштаба.

Для двухпараметрического логарифмически нормального y =ln$x$ и нормального y=x распределений $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$, $F(z) = \int_{-\infty}^{z} f(t) \cdot dt$, z=(y–a)/σ.

Для представления трехпараметрического распределения Вейбулла–Гнеденко $F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-x_0}{c}\right)^b}$ к виду с параметрами сдвига и масштаба осуществляют следующее нормирующее преобразование:

$$y = \ln(x - x_0) = a + z \cdot \sigma, \quad \sigma = 1/b, \quad a = \ln c,$$
$$z = \ln \ln \frac{1}{1 - F(z)}, \quad F(z) = 1 - e^{-e^z}, \quad f(z) = e^{z - e^z}. \quad (10)$$

В случае трехпараметрических логарифмически нормального и распределения Вейбулла–Гнеденко $y = \ln(x - x_0)$, где x_0 – независимая оценка порогового значения случайной величины или $x_0 = 0$.

Для однократно цензурированной справа выборки оценки параметров сдвига и масштаба и их ковариационная матрица определяются по тем же формулам, но при этом матрица X, вектор наблюдений y, ковариационная матрица V составляются по первым k наблюдениям случайной величины из n объектов, подвергшихся испытанию, а величина n в вышеприведенных формулах остается неизменной.

Интервальные оценки квантиля распределения для полной выборки из нормального или логарифмически нормального закона распределения (см. [5, 6]) определяются уравнениями:

$$\hat{x}_{pl} = \hat{a} + t_{1-\beta}\left[n-1, z_p \cdot \sqrt{n}\right] \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, \quad (11)$$

$$\hat{x}_{pu} = \hat{a} + t_{\beta}\left[n-1, z_p \cdot \sqrt{n}\right] \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, \quad (12)$$

где x_{pl}, x_{pu} – нижняя и верхняя доверительные границы для квантиля распределения x_p уровня вероятности P; β – уровень доверительной вероятности (обычно β=0,9 или 0,95); $t_\gamma[f, \Delta]$ – квантиль уровня γ нецентрального распределения Стьюдента с $f = n - 1$ степенями свободы и с параметром нецентральности $\Delta = z_p \cdot \sqrt{n}$; z_p – квантиль уровня P нормированного нормального распределения; $\hat{a}$, $\hat{\sigma}$ – оценки параметров нормального распределения.

Точное значение квантиля нецентрального распределения Стьюдента t определяется по таблицам или в соответствии с разработанными вычислительными алгоритмами [6].

Для распределения Вейбулла–Гнеденко с параметрами сдвига и масштаба, а также в цензурированных выборках могут быть вычислены приближенные доверительные интервалы для квантилей распределения на основании нормальной аппроксимации. С этой целью предположим приближенно нормальным закон распределения случайной величины $\varphi = x_p - \hat{x}_{pu} = x_p - \hat{a} - t \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$

с математическим ожиданием

$$M\{\varphi\} \approx x_p - a - t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

и дисперсией

$$D\{\varphi\} \approx D\{\hat{a}\} + 2 \cdot t \cdot \frac{\sigma \cdot D\{\hat{a}, \hat{\sigma}\}}{\sqrt{n}} + t^2 \cdot \frac{D\{\hat{\sigma}\}}{n}, \quad (14)$$

где $x_p = a + z_p \cdot \sigma$ – квантиль распределения. Элементы ковариационной матрицы (v) оценок параметров в соответствии с (3)

$$(\nu) = \frac{\sigma^2}{n} \cdot (\nu^*) = \begin{pmatrix} D\{\hat{a}\} & D\{\hat{a}, \hat{\sigma}\} \\ D\{\hat{\sigma}, \hat{a}\} & D\{\hat{\sigma}\} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

$$D\{\hat{a}\} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \nu^*_{1,1}, \; D\{\hat{\sigma}\} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \nu^*_{2,2},$$

$$D\{\hat{a}, \hat{\sigma}\} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \nu^*_{1,2}. \quad (16)$$

Вероятность β того, что $P\{\varphi<0\}$, приводит к следующему приближенному уравнению:

$$z_\beta \approx \frac{M\{\varphi\}}{\sqrt{D\{\varphi\}}} = \frac{z_p \cdot \sqrt{n} - t}{\sqrt{\nu^*_{1,1} + 2 \cdot \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot \nu^*_{1,2} + \frac{t^2}{n} \cdot \nu^*_{2,2}}}, \quad (17)$$

где z_β – квантиль уровня β нормированного нормального распределения.

После преобразований определяется приближенное значение t, соответствующее числу степеней свободы $f = n - 1$, параметру нецентральности $\Delta = z_p \cdot \sqrt{n}$ и доверительной вероятности β:

$$t = t_{\beta,1-\beta}\left[\Delta, f = n-1\right] = \frac{A \pm \sqrt{A^2 - B \cdot C}}{B}, \quad (18)$$

$$A = \left[1 - \frac{\nu^*_{2,2}}{2 \cdot f}\right] \cdot \Delta - \frac{z_\beta^2 \cdot \nu^*_{1,2}}{\sqrt{n}},$$

$$B = \left[1 - \frac{\nu^*_{2,2}}{2 \cdot f}\right]^2 - \frac{z_\beta^2 \cdot \nu^*_{2,2}}{f}, \quad (19)$$

$$C = \Delta^2 - z_\beta^2 \cdot \nu^*_{1,1}.$$

В формулах (19) учтены поправки на смещение оценок, имеющие место в полной выборке. По формуле (18) осуществляется аппроксимация нецентрального распределения Стьюдента для полной выборки, при этом $\nu^*_{1,1} = 1, \; \nu^*_{2,2} = 0{,}5, \; \nu^*_{1,2} = 0$:

$$t_{\beta,1-\beta}\left[\Delta, f = n-1\right] \approx$$

$$\approx \frac{\left(1 - \frac{1}{4 \cdot f}\right) \cdot \Delta \pm \sqrt{\left(1 - \frac{1}{4 \cdot f}\right)^2 - \frac{z_\beta^2}{2 \cdot f} + \frac{\Delta^2}{2 \cdot f}}}{\left(1 - \frac{1}{4 \cdot f}\right)^2 - \frac{z_\beta^2}{2 \cdot f}}. \quad (20)$$

Доверительные границы для параметра сдвига a получают из (11) и (12) как частный случай при $z_p = 0$, $\Delta = 0$. Для нормального закона эти границы совпадают с доверительными границами для медианы распределения. В этом случае нецентральное распределение Стьюдента вырождается в хорошо табулированное центральное t-распределение Стьюдента. Для нормального распределения параметр нецентральности определяется по формуле $\Delta = z_p \cdot \sqrt{n}$ (z_p – квантиль нормированного нормального распределения). Для распределения Вейбулла–Гнеденко, представленного в виде распределения с параметрами сдвига и масштаба, как показано выше, параметр нецентральности определяется из уравнения $\Delta = z_p \cdot \sqrt{n} = \ln\ln\frac{1}{1-p} \cdot \sqrt{n}$, где $p = F(z_p) = 1 - e^{-e^{z_p}}$.

Необходимо отметить, что точные доверительные границы (11), (12) для квантиля распределения случайной величины и их аппроксимации (19), (20) получены в предположении вариации параметров сдвига и масштаба. Однако, как отмечается в работах [7, 8], тогда эти границы могут оказаться неоправданно широкими при малых объемах наблюдений, свойственных испытаниям авиационных конструкций, что приводит к весьма заниженным оценкам гарантированного ресурса, нормируемого по нижней доверительной границе квантиля долговечности. В таком случае часто пренебрегают вариацией параметра масштаба $\hat{\sigma}$, заменяя его априорным значением σ, полученным по результатам большого числа предварительных испытаний (для конструкций планера, например, среднее квадратичное отклонение логарифма долговечности $\sigma_{\lg N}$ предполагается равным 0,15). В этом случае матрица X (5) представляет собой вектор из единиц размерности n, а в уравнениях (19) следует положить равными нулю все элементы матрицы рассеяния, имеющие индексы 2,2 и 1,2: $t_{\beta,1-\beta}\left[\Delta, f = n-1\right] \approx \Delta + z_{\beta,1-\beta} \cdot \sqrt{\nu^*_{1,1}}$. Для полной выборки уравнение (20) примет следующий вид: $t_{\beta,1-\beta}\left[\Delta, f = n-1\right] \approx \Delta + z_{\beta,1-\beta}$.

Для применения рассмотренных выше математических моделей в случайно цензурированных выборках в настоящей работе предлагается формирование эквивалентной (квазиполной) выборки на базе исходной цензурированной путем бутстреп-моделирования случайных чисел в диапазоне, ограниченном наблюдаемыми порядковыми статистиками. С этой целью методом Монте-Карло моделировалась полная выборка (на основе нормального закона распределения и распределения Вейбулла–Гнеденко), в которой случайным образом путем моделирования равномерно распределенных случайных чисел в заданном диапазоне формировались объекты, не достигшие критического состояния. Доля таких объектов составляла от 0 до 50 % при объемах выборки 10, 12, 15 и 20. Цензурированные наблюдения заменялись далее случайно выбранными результатами наблюдений той же выборки, достигшими критического состояния. В дальнейшем выборка сортируется и формируется эквивалентная квазиполная выборка, параметры которой могут быть определены как обычным непараметрическим методом:

$$\hat{a} = \sum_{i=1}^{n} y_i / n, \ \hat{\sigma}^2 =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \bar{a} \right)^2 / (n-1), \ D\{\hat{a}\} \approx \quad (21)$$
$$\approx \hat{\sigma}^2 / n, \ D\{\hat{\sigma}\} \approx \hat{\sigma}^2 / [2 \cdot (n-1)],$$

так и рассмотренным выше МНК, имеющим лучшие показатели эффективности.

Для проверки предлагаемой модели проводилось статистическое моделирование с многократным (до 2 000 раз) повторением испытаний, в каждом из которых оценивались параметры эквивалентных выборок по уравнению (2) и доверительная вероятность накрытия границами (11), (12) квантилей распределения. Для определения математических ожиданий и ковариаций порядковых статистик использовалась авторская вычислительная программа, основанная на разложении в ряд Корниша–Фишера. Расчетная двусторонняя доверительная вероятность β составляла 0,9. Уровень квантиля распределения P задавался 0,01. Эти результаты сравнивались с оценками, полученными для полной выборки. Результаты расчетов показали хорошее соответствие результатов для параметров сдвига и масштаба в пределах 1–2 % относительных погрешностей. Несколько большая погрешность (до 5 % с ростом степени цензурирования) наблюдалась в оценке доверительных вероятностей для квантилей распределения. Некоторые результаты моделирования, иллюстрирующие эти данные, представлены в таблице 1 для объемов испытаний 10 и 20. Расчеты проводились также для распределения Вейбулла–Гнеденко с близкими по точности результатами. Сравнение с непараметрическими оценками (21) показало незначительное отличие в точечных оценках параметров, но существенно меньшую дисперсию оценок для МНК, как и следовало ожидать.

Аналогичный вычислительный алгоритм может быть применен для задачи оценивания параметров реальной случайно цензурированной выборки, его блок-схема показана на рисунке 1. Отметим, что при моделировании случайных чисел в диапазоне порядковых статистик предполагается, что моделируемое наблюдение не может быть меньше соответствующего цензурированного значения. С этой целью в блок-схеме предусмотрен цикл возврата при невыполнении данного условия. Программы расчета параметров случайно цензурированных выборок на языке Javascript существуют в открытом доступе на сайте http://inteh.mpei.ru.

Пример 1. В таблице 2 представлены результаты усталостных испытаний на изгиб 20 лопаток из титанового сплава компрессора низкого давления авиационного двигателя при симметричном цикле амплитуды переменных напряжений. Звездочками обозначены значения логарифмов долговечностей лопаток, не достигших критического состояния к моменту снятия с испытаний. Произвести оценку параметров нормального распределения логарифма долговечности и вычислить приближенные 90 %-ные доверительные границы для квантиля уровня P=0,01.

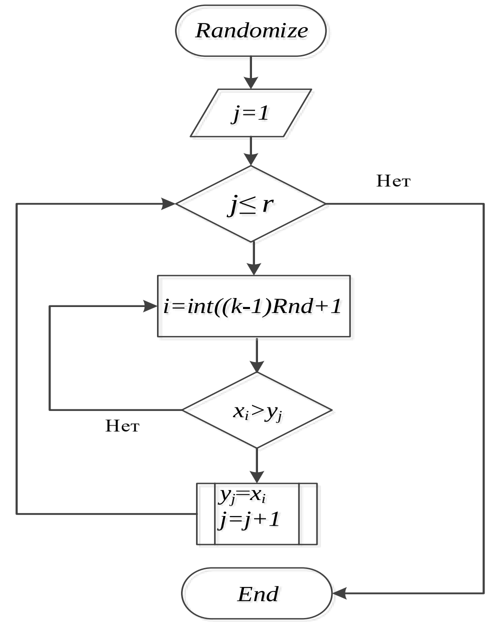

Рис. 1. Блок-схема алгоритма моделирования случайно цензурированной выборки: n – объем выборки; k – объем наблюдений; r – количество цензурированных элементов выборки (n=k+r); Rnd – равномерно распределенное случайное число в диапазоне от 0 до 1; x_i – вектор значений наблюдений размерности k (i=1, ..., k); y_j – вектор значений цензурированных наблюдений размерности r (j=1, ..., r)

Fig. 1. A control flow chart of modeling a randomly censored sample

В таблице 3 представлена та же выборка, но обработанная с помощью бутстреп-моделирования цензурированных элементов в соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 1.

Оценки параметров нормального закона распределения логарифма долговечности $\hat{a}_{\lg N}$, $\hat{\sigma}_{\lg N}$ вычислялись методом наименьших квадратов по уравнению (2), оценки дисперсий параметров – по уравнению (3), доверительные границы $\hat{x}_{pl}$, $\hat{x}_{pu}$ – по формулам (11), (12) с учетом (18), (19). Оценка квантиля уровня 0,01 определялась по формуле $\hat{x}_p = \hat{a}_{\lg N} - 2{,}326 \cdot \hat{\sigma}_{\lg N}$. Результаты расчетов представлены в таблице 4.

Функция распределения логарифма долговечности представлена на рисунке 2 на нормальной вероятностной бумаге. Там же отмечены опытные значения по таблице 3.

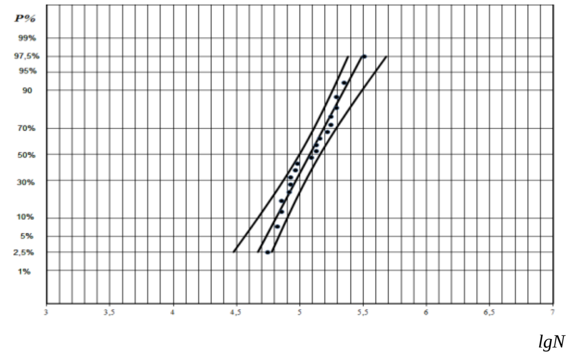

Рис. 2. Эмпирическая функция распределения логарифма долговечности на нормальной вероятностной бумаге

Fig. 2. Lifetime logarithm empirical distribution function on a normal probability paper

На основании изложенного сделаем следующие выводы.

В работе рассмотрена методика точечного и интервального оценивания параметров распределений, применяемых при статистическом анализе усталостных испытаний элементов авиационных конструкций на базе метода наименьших квадратов, учитывающая наличие цензурированных наблюдений.

С целью адаптации методики для случайно цензурированных выборок разработаны модель и алгоритм моделирования порядковых статистик, которые позволяют получить эквивалентную (квазиполную) выборку.

Для проверки методики проводились статистическое моделирование методом Монте-Карло на основе нормального закона распределения и распределения Вейбулла–Гнеденко и бутстреп-моде-

Таблица 1

Результаты статистического моделирования нормальной случайно цензурированной выборки

Table 1

Results of statistical modeling of a normal randomly censored sample

n=10					*n=20*				
r	$\hat{a}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}/\sigma$	$\hat{\beta}$	*r*	$\hat{a}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}/\sigma$	$\hat{\beta}$
0	3,0005	0,3012	1,0039	0,9185	0	3,0026	0,2998	0,9994	0,9135
1	3,0176	0,2988	0,9960	0,9230	2	3,0251	0,3020	1,0068	0,9150
2	3,0347	0,2956	0,9852	0,9075	4	3,0497	0,3032	1,0106	0,8985
3	3,0582	0,2970	0,9899	0,9165	6	3,0715	0,3042	1,0141	0,9040
4	3,0786	0,2957	0,9857	0,9070	8	3,0932	0,3077	1,0257	0,8740
5	3,0971	0,2900	0,9667	0,8810	10	3,1134	0,3038	1,0128	0,8250

Примечание. Исходные данные: коэффициент вариации γ=0,1; параметр сдвига (математическое ожидание) a=3,0; параметр масштаба (среднее квадратичное отклонение) σ=0,3; уровень квантиля распределения P=0,01; доверительная вероятность β=0,9; $\hat{a}$, $\hat{\sigma}$ – МНК-оценки параметров сдвига и масштаба; n – объем выборки; r – количество цензурированных элементов выборки.

Таблица 2

Логарифмы долговечностей лопаток компрессора авиадвигателя

Table 2

Logarithms of lifetimes of aircraft engine compressor blades

4,6730*	4,7419	**4,7888***	4,8215	4,8506	**4,8704***	4,9111	4,9253	4,9628	4,9800
5,0607*	5,0899	5,1271	5,1523	**5,1847***	5,2148	5,2430	5,2856	5,3444	**5,5079***

Таблица 3

Логарифмы долговечностей лопаток компрессора авиадвигателя после моделирования цензурированных элементов выборки

Table 3

Logarithms of lifetimes of aircraft engine compressor blades after modeling censored sample elements

4,8506	4,7419	**5,2856**	4,8215	4,8506	**4,9253**	4,9111	4,9253	4,9628	4,9800
5,1271	5,0899	5,1271	5,1523	**5,2430**	5,2148	5,2430	5,2856	5,3444	**5,5079**

Таблица 4

Статистическая обработка результатов усталостных испытаний лопаток компрессора авиадвигателя

Table 4

Statistical processing of fatigue test results of aircraft engine compressor blades

$\hat{a}_{\lg N}$ МНК	$\hat{\sigma}_{\lg N}$ МНК	$\hat{a}_{\lg N}$	$\hat{\sigma}_{\lg N}$	$D\{\hat{a}\}$ МНК	$D\{\hat{\sigma}\}$ МНК	$\hat{x}_{pl}$	$\hat{x}_{p}$	$\hat{x}_{pu}$
5,0794	0,2096	5,0795	0,2058	0,0355	0,02603	4,3710	4,5918	4,7139

лирование в условиях случайного цензурирования, показавшее относительную погрешность в оценке параметров сдвига и масштаба в пределах 1–2 % и около 5 % в оценке доверительных вероятностей для квантилей распределения, что позволяет рекомендовать полученные решения для дальнейшего исследования и практического применения.

Литература

1. Cohen A.C. Progressively censored sampling in the three parameter log-normal distribution. Technometrics, 1976, vol. 18, no. 1, pp. 99–103.
2. Cohen A.C. Multi-censored sampling in the three parameter weibull distribution. Technometrics, 1975, vol. 17, no. 3, pp. 347–350.
3. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966. 588 с.
4. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973, 899 с.
5. Агамиров Л.В. Методы статистического анализа механических испытаний. М.: Интермет Инжиниринг, 2004. 128 с.
6. Агамиров Л.В., Агамиров В.Л., Вестяк В.А. Метод расчета квантилей распределения характеристик усталостных свойств элементов конструкций // Вестн. МАИ. 2011. Т. 18. № 4. С. 71–76.
7. Райхер В.Л. Рассеяние усталостной долговечности. М.: ЛАТМЭС, 2003. 224 с.
8. Райхер В.Л. Усталостная повреждаемость. М.: ЛАТМЭС, 2006. 238 с.

Software & Systems Received 11.07.16
DOI: 10.15827/0236-235X.117.124-129 2017, vol. 30, no. 1, pp. 124–129

STATISTICAL ANALYSIS OF TEST RESULTS OF PRODUCTS OF AERONAUTICAL ENGINEERING IN TERMS OF RANDOM CENSORING

L.V. Agamirov [1], *Dr.Sc. (Engineering), Professor, mmk@mati.ru*
V.L. Agamirov [2], *Ph.D. (Engineering), avl095@mail.ru*
V.A. Vestyak [2], *Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, kaf311@yandex.ru,*

[1] *National Research University "MPEI", Krasnokazarmennaya St. 14, Moscow, 111250, Russian Federation*
[2] *Moscow Aviation Institute (National Research University), Volokolamskoe Highway, 4, Moscow, 125993, Russian Federation*

Abstract. The article considers a technique of point and interval estimation of distribution parameters applied in statistical analysis of fatigue tests of aircraft structural elements based on the least squares method. The technique considers censored observations.

Relevance of the study is defined by the fact that when estimating distribution parameters for fatigue properties characteristics for a statistical analysis of fatigue tests of aircraft equipment it is necessary to take into account the results of the samples with the test finished before reaching a critical condition. The solution of this problem using known methods (maximum likelihood method) is complicated due to objective function nonmonotonicity, a number of local extremes, etc.

The first part of the article is devoted to a technique of estimating distribution parameters of observed random variables for a complete sample, which were transformed from repeatedly censored (incomplete) sample by bootstrap simulation based on order statistics. Transformation of an original randomly censored sample into a quasicomplete one is carried out in order to use the least squares method to estimate distribution parameters since this method is applicable only for a complete sample.

The second part of the article is devoted to construction of confidence limits for a quintile of observed random variable distribution. In the aircraft engineering it is applicable for assessment of a guaranteed resource normalized on a lower confidence limit of a durability quintile.

The article considers a reduction technique of repeatedly censored incomplete sample in a general case to an equivalent quasicomplete sample, for which it is possible to use the least squares method and receive the most stable and efficient evaluation with minimum dispersion. Thus, the problem of point and interval estimation of distribution parameters of fatigue properties characteristics of aircraft structure elements considering multicensored observations is solved.

Keywords: survivability, bootstrapped Modeler, least squares method, order statistics, random censoring.

References

1. Cohen A.C. Progressively censored sampling in the three parameter log-normal distribution. *Technometrics*. 1976, vol. 18, no. 1, pp. 99–103.
2. Cohen A.C. Multi-censored sampling in the three parameter weibull distribution. *Technometrics*. 1975, vol. 17, no. 3, pp. 347–350.
3. Kendall M.G., Stuart A. *The Advanced Theory of Statistics: Distribution Theory*. 1958, vol. 1, 433 p.
4. Kendall M.G., Stuart A. *The Advanced Theory of Statistics: Inference and Relationship*. 1961, vol. 2, 676 p.
5. Agamirov L.V. *Metody statisticheskogo analiza mekhanicheskikh ispytany* [The Statistical Analysis Method of Mechanical Test]. Moscow, Intermet Inzhiniring Publ., 2004, 128 p.
6. Agamirov L.V., Agamirov V.L., Vestyak V.A. A calculation method for obtaining quantiles of fatigue characteristics distribution of constructive elements. *Vestnik MAI*. 2011, vol. 18, no. 4, pp. 71–76.
7. Raykher V.L. *Rasseyanie ustalostnoy dolgovechnosti* [Fatigue Life Scattering]. Moscow, LATMES Publ., 2003, 224 p.
8. Raykher V.L. *Ustalostnaya povrezhdaemost* [Fatigue Damaging]. Moscow, LATMES Publ., 2006, 238 p.