

УДК 004.052.3
DOI: 10.15827/0236-235X.126.214-220

Дата подачи статьи: 18.06.18
2019. Т. 32. № 2. С. 214–220

Оптимизация периодичности инициализации контроля на основе дублированных вычислений

*В.А. Богатырев*¹, д.т.н., профессор кафедры «Вычислительная техника»,
Vladimir.bogatyrev@gmail.com

*Д.Э. Лисичкин*¹, магистрант, *slayjoker@mail.ru*

¹ Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики,
г. Санкт-Петербург, 197101, Россия

Рассматривается дублированная вычислительная система, снабженная средствами оперативного и тестового контроля. Эффективность обнаружения отказов системы определяется полнотой оперативного и периодичностью тестового контроля. Уменьшение интервалов периодичности контроля приводит к снижению готовности системы из-за роста временных издержек на тестирование, но в то же время повышает ее безопасность в результате снижения вероятности функционирования системы в состояниях необнаруженных отказов.

В системах с дублированием компьютерных узлов возможны режимы разделения нагрузки, когда узлы независимо выполняют распределяемый между ними поток запросов, и режим дублированных вычислений, когда каждый запрос одновременно выполняется двумя компьютерными узлами при сравнении результатов в контрольных точках.

Для дублированных систем с разделением нагрузки имеется потенциальная возможность повышения эффективности контроля в результате периодического перехода в режим дублированных вычислений со сравнением результатов, что позволяет уменьшить издержки на проведение тестового контроля (дублированной системы), иницируя его только в случае несовпадения результатов дублированных вычислений.

Цель работы – определение оптимальных интервалов перехода в режим дублированных вычислений для обеспечения максимума вероятности готовности системы к безопасному выполнению функциональных запросов при минимизации простоев и задержек обслуживания.

Предложена марковская модель, позволяющая определить вероятность состояний системы, в том числе готовности системы к безопасному функционированию, простоев и опасных состояний необнаруженных отказов. На основе предложенной модели проанализировано влияние периодичности инициализации режима дублированных вычислений на готовность системы к безопасной работе. Показано существование оптимальной периодичности инициализации режима дублированных вычислений, при которых достигается максимум вероятности готовности системы к безопасному функционированию при минимизации простоев системы

Ключевые слова: марковская модель, контроль, дублированные вычисления, готовность, надежность, оптимальность, тестирование.

При проектировании компьютерных систем различного прикладного назначения должны достигаться высокая устойчивость и безопасность функционирования в условиях отказов и деструктивных случайных или злонамеренных воздействий [1–3].

Функциональная надежность и безопасность компьютерных систем определяются организацией как процесса передачи данных и распределения запросов через сеть, так и вычислительных процессов в серверах, объединяемых в дублированные отказоустойчивые комплексы [4, 5]. Надежность дублированных серверных систем обеспечивается выбором их дисциплин контроля, реконфигурации и вос-

становления после отказов [6, 7]. Высокая готовность системы обработки данных к безопасному функционированию может поддерживаться объединением серверных систем (в том числе дублированных) в отказоустойчивые кластеры при динамическом распределении запросов с учетом накопления отказов в системе [8, 9].

При неоднородности потока запросов дополнительные возможности обеспечения своевременности решения требуемых задач дает динамическая приоритезация обслуживания запросов [10–12], осуществляемая на уровне кластера, дублированных вычислительных комплексов и их компьютерных узлов. Повы-

сдать доступность (готовность) серверных ресурсов удастся на уровне сети при резервировании сетевых ресурсов и динамической, в том числе многопутевой, маршрутизации [13–15].

Контроль дублированных комплексов должен быть организован так, чтобы при обеспечении высокой безопасности, готовности и надежности системы минимизировать задержки обслуживания функциональных запросов. Таким образом, выбор организации контроля должен базироваться на постановке и решении оптимизационной задачи [16, 17].

Эффективность обнаружения нарушений функционирования определяется полнотой оперативного и периодичностью тестового контроля [5, 18]. Уменьшение интервалов периодичности контроля приводит к снижению готовности системы из-за роста временных издержек на тестирование, но в то же время повышает ее безопасность в результате снижения вероятности функционирования системы в состояниях необнаруженных отказов [16]. Увеличение полноты контроля приводит к усложнению структуры системы и, соответственно, к росту ее стоимости, веса, габаритов и потребляемой электроэнергии [19]. Для резервированных кластерных систем [8, 9] выбор наилучших вариантов организации контроля усложнен тем, что, помимо оптимизации интервалов тестирования каждого устройства, включает определение расписаний тестирования и числа машин, одновременное тестирование которых допустимо, в зависимости от критичности времени выполнения решаемых ими прикладных задач.

В качестве основы для построения распределенных отказоустойчивых систем, в том числе кластерной архитектуры, используются дублированные системы, объединяющие пару компьютерных узлов, снабженных средствами оперативного и тестового контроля. В системах с дублированием компьютерных узлов возможны режимы разделения нагрузки, когда узлы независимо выполняют разделяемый между ними поток запросов, и режим дублированных вычислений, когда каждый запрос одновременно выполняется двумя компьютерными узлами при сравнении результатов в контрольных точках.

В системе возможна неоднородность потока запросов, поступающих на дублированный компьютерный узел, при которой часть запросов требуют дублированных вычислений (с выдачей результатов только при их совпадении), а часть могут обслуживаться в режиме

разделения нагрузки, в том числе одной из машин в случае отказа или тестирования второй.

В зависимости от однородности входного потока выделим следующие ситуации: поток однороден, любой запрос выполняется на одном из компьютеров узла; поток однороден, любой запрос требует дублированного выполнения двумя компьютерами узла; поток неоднороден, при этом часть запросов требуют дублированного выполнения двумя компьютерами узла, а часть выполняемы на одном компьютере.

Для однородного потока запросов, не требующих дублирования вычислений, обслуживание которых происходит в режиме разделения нагрузки, одновременный тестовый контроль двух узлов нежелателен, так как может привести к снижению вероятности готовности системы [16]. Для входного потока, предусматривающего дублированное обслуживание запросов в двух машинах со сравнением результатов, готовность повышается при одновременном тестировании пары узлов, так как ресурсов только одного из узлов недостаточно для организации дублированного вычислительного процесса. Модель надежности дублированных систем при разделении нагрузки исследована в работе [16], в ней проанализированы варианты инициализации тестового контроля, при которых одновременное тестирование двух узлов исключено, допустимо и реализуется всегда.

В работе [16] обоснован выбор дисциплины контроля и определены оптимальные интервалы инициализации тестирования, обеспечивающие максимум вероятности готовности системы к безопасному функционированию в зависимости от характера потока запросов, требующих выполнения одним или двумя узлами одновременно. Показано существование оптимальных периодов инициализации тестирования для всех рассмотренных вариантов организации контроля, при которых достигается максимум вероятности готовности системы к безопасному выполнению требуемых функций.

Постановка задачи исследований

В предлагаемой статье для дублированных систем с разделением нагрузки исследуется потенциальная возможность повышения эффективности контроля в результате периодического перехода в режим дублированных вычислений со сравнением результатов, что позволяет уменьшить издержки на проведение

тестового контроля (дублированной системы), инициируя его только в случае несовпадения результатов дублированных вычислений.

Цель работы – определение оптимальных интервалов перехода в режим дублированных вычислений для обеспечения максимума вероятности готовности системы к безопасному выполнению функциональных запросов при минимизации простоев и задержек обслуживания.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- построить модель, позволяющую определить вероятности состояний системы, в том числе состояний готовности системы к безопасному функционированию и опасных состояний функционирования системы в условиях необнаруженных отказов;

- проанализировать влияние периодичности переходов в режим дублированных вычислений на достижимость максимума вероятности готовности системы к безопасному обслуживанию запросов при минимизации задержек их выполнения и простоев системы.

При определении оптимальных интервалов инициализации режима дублированных вычислений в качестве целевой функции можно рассматривать достижение максимума вероятности работоспособности двух машин при их нахождении в состоянии выполнения функциональных запросов в режиме разделения нагрузки, так как этот режим обеспечивает максимум производительности дублированной вычислительной системы при учете простоев и опасных состояний.

Для систем с меньшей критичностью производительности (задержек обслуживания функциональных запросов) в качестве целевой функции (критерий оптимальности) можно рассматривать достижение максимума вероятности K готовности системы к выполнению функциональных задач (стационарный коэффициент готовности системы), которая обеспечивается при работоспособности двух машин и их нахождении в состоянии готовности выполнения функциональных запросов в режиме разделения нагрузки или режиме дублированных вычислений, а также состояний исправности и готовности к выполнению требуемых функций одной из машин при условии безопасного состояния второй машины (состояния обнаруженного отказа).

Для систем с повышенными требованиями к безопасности целевую функцию можно задать в виде мультипликативной скалярной свертки $M = K(1 - P_0)$ или $M = K/P_0$, где P_0 –

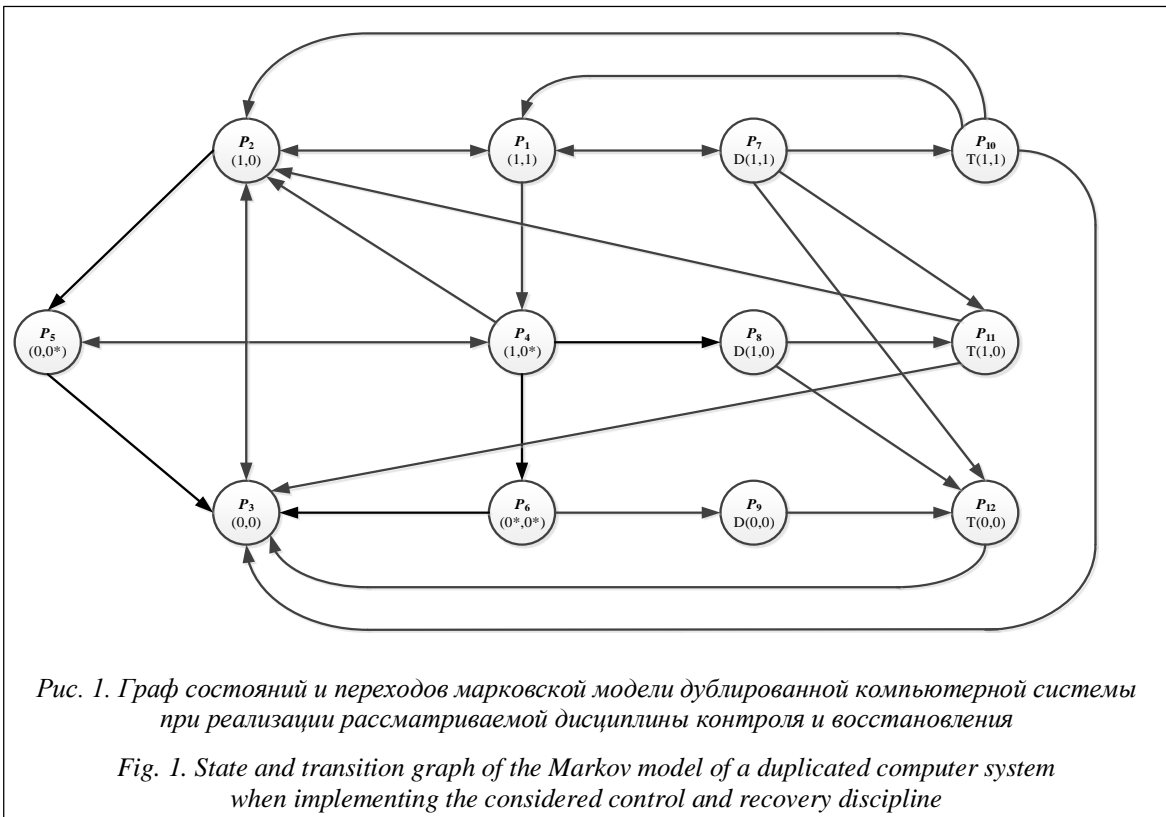
вероятность опасного состояния необнаруженных отказов системы. При этом возможна модификация представленных сверток с учетом задания критичности системы к безопасному функционированию, например, как $M = K^{(1-a)}(1 - P_0)^a$, где через a задается степень критичности системы к требованиям безопасности ($0 \leq a \leq 1$). Следует заметить, что задание $a = 1$ равносильно минимизации вероятности нахождения системы в состояниях необнаруженных отказов, а это приведет к тому, что в качестве оптимального будет определен режим постоянного дублирования вычислений.

Вероятностные характеристики исследуемых дублированных систем определим на основе марковских моделей [18, 20], исследование которых эффективно при использовании инструментария компьютерной математики [21].

Марковская модель надежности

При построении марковской модели будем учитывать возможность возникновения отказов во время режимов дублированных вычислений и тестирования, при этом предполагаем идеальность тестового контроля, заключающуюся в гарантированном выявлении им места неисправности системы.

Диаграмма состояний и переходов марковской модели дублированной компьютерной системы при реализации рассматриваемой дисциплины контроля и восстановления представлена на рисунке 1, где вершины отображают состояния устройств в системе. Состояние работоспособности устройства (машины) обозначено 1, обнаруженного и необнаруженного отказа – 0 и 0* соответственно. Состояния дублированных вычислений и тестирования обозначены D и T соответственно. На рисунке 1 все состояния пронумерованы в соответствии с их вероятностями: P_1, P_2, \dots, P_{12} . Исходное состояние P_1 соответствует готовности к функционированию двух машин, а состояния P_2, P_4, P_6 – готовности одного работоспособного устройства. Состояния P_7-P_9 соответствуют нахождению системы в режиме дублированных вычислений, а состояния $P_{10}-P_{12}$ – в режиме тестирования (при котором выполнение функциональных задач блокируется). К опасным состояниям функционирования в условиях необнаруженных отказов относятся состояния P_4, P_5, P_6 . Через P_3 обозначено состояние обнаруженного отказа системы. Состояние P_7 дублированных вычислений при работоспо-



способности двух машин позволяет системе выполнять функциональные задачи.

Вероятность нахождения системы в опасных состояниях необнаруженных отказов определяется как $P_0 = P_4 + P_5 + P_6$.

По графу состояний и переходов составим систему уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} -P_1(\lambda_D + \lambda) + \mu_{7,1}P_7 + \mu P_2 + \mu_{10,1}P_{10} = 0, \\ -P_2(\mu + \lambda) + P_1\lambda g + P_4\lambda g + P_3\mu + P_{10}\mu_{10,2} + P_{11}\mu_{11,2} = 0, \\ -P_4[\lambda(1 + g) + \lambda_D] + P_1\lambda(1 - g) + P_5\mu = 0, \\ -P_5(\lambda g + \mu) + P_2\lambda(1 - g) + P_4\lambda g = 0, \\ -P_6(2\lambda g + \lambda_D) + P_4\lambda(1 - g) = 0, \\ -P_7(\mu_{7,1} + \mu_{7,10} + \mu_{7,11} + \mu_{7,12}) + P_1\lambda_D = 0, \\ -P_8(\mu_{8,11} + \mu_{8,12}) + P_4\lambda_D = 0, \\ -P_9\mu_{9,12} + P_6\lambda_D = 0, \\ -P_{10}(\mu_{10,1} + \mu_{10,2} + \mu_{10,3}) + P_7\mu_{7,10} = 0, \\ -P_{11}(\mu_{11,2} + \mu_{11,3}) + P_7\mu_{7,11} + P_8\mu_{8,11} = 0, \\ -P_{12}\mu_{12,3} + P_7\mu_{7,12} + P_8\mu_{8,12} + P_9\mu_{9,12} = 0, \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{12} = 1, \end{cases}$$

где $\mu_{7,1} = \frac{1}{t_D} e^{-2\lambda_C t_D}$, $\mu_{7,10} = \frac{1}{t_D} (1 - e^{-2\lambda_C t_D})$,

$\mu_{7,11} = \frac{1}{t_D} (1 - e^{-2\lambda_D})$, $\mu_{7,12} = \frac{1}{t_D} (1 - e^{-\lambda_D})^2$,

$\mu_{8,11} = \frac{1}{t_D} e^{-2\lambda_D}$, $\mu_{8,12} = \frac{1}{t_D} (1 - e^{-2\lambda_D})$,

$\mu_{9,12} = \frac{1}{t_D} e^{-2\lambda_D}$,

$\mu_{10,1} = \frac{1}{t_T} (e^{-\lambda_T})^2$, $\mu_{10,2} = \frac{1}{t_T} (1 - e^{-\lambda_T})$,

$\mu_{10,3} = \frac{1}{t_T} (1 - e^{-\lambda_T})^2$, $\mu_{11,2} = \frac{1}{t_T} (e^{-\lambda_T})^2$,

$\mu_{11,3} = \frac{1}{t_T} (1 - e^{-2\lambda_T})$, $\mu_{12,3} = \frac{1}{t_T} (e^{-\lambda_T})^2$, где λ – ин-

тенсивность отказов; g – доля контролируемых отказов (средствами оперативного контроля); μ – интенсивность восстановления; t_D – время дублированных вычислений; t_T – время тестирования; λ_C – интенсивность сбоев; λ_D – интенсивность переходов в режим дублированных вычислений.

Решение системы уравнений получено с использованием блока Given-Find системы компьютерной математики Mathcad 15.

Вероятность готовности (стационарный коэффициент готовности) системы к безопасному выполнению требуемых функций определим как $K = P_1 + P_2 + P_7$.

Пример расчетов

На рисунке 2 показана зависимость вероятности рабочего состояния системы от интен-

сивности переходов в режим дублированных вычислений. Расчеты проведены при $\lambda = 10^{-4}$ (1/ч), $g = 0,5$, $\mu = 1$ (1/ч), $t_D = 1/3600$ (ч), $t_T = 1/3$ (ч), $\lambda_C = 10^{-3}$ (1/ч).

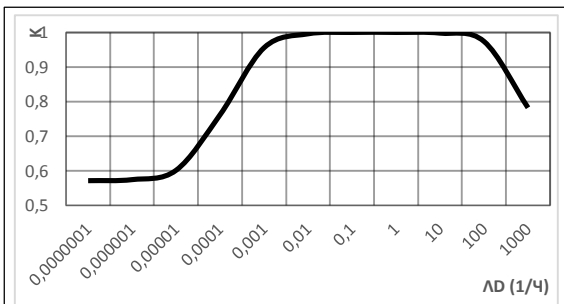


Рис. 2. Зависимость вероятности готовности к безопасному выполнению требуемых функций системы от периодичности инициализации режима дублированных вычислений

Fig. 2. The dependence of the probability of readiness for the safe execution of the required system functions on the frequency of initialization of the duplicate calculations mode

Результаты расчетов показывают существование оптимальной периодичности инициализации режима дублированных вычислений, при которой достигается максимум вероятности готовности системы к безопасному выполнению требуемых функций при минимизации простоев системы.

Таким образом, предложена марковская модель надежности дублированной вычислительной системы, позволяющая найти рациональные варианты организации контроля функционирования системы, направленного на обеспечение безопасности и надежности системы. Показано существование оптимальной периодичности перехода в режим дублированных вычислений, при которой достигается максимум вероятности готовности системы к безопасному выполнению требуемых функций при минимизации простоев системы.

Литература

1. Казарин О.В., Шубинский И.Б. Надежность и безопасность программного обеспечения. М.: Юрайт, 2018. 342 с.
2. Верзун Н.А., Колбанев М.О., Татарникова Т.М. Технологическая платформа четвертой промышленной революции // Геополитика и безопасность. 2016. № 2. С. 73–78.
3. Абрамян Г.В. Структура и функции информационной системы мониторинга и управления рисками развития малого и среднего бизнеса Северо-Западного федерального округа // Аудит

и финансовый анализ. 2017. № 5–6. С. 611–617.

4. Sorin D. Fault tolerant computer architecture. Morgan & Claypool Publ., 2009, 103 p.
5. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. СПб: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.
6. Ageev A.M. Configuring of excessive onboard equipment sets. J. Comput. Syst. Sci. Int. 2018, vol. 57, no. 4, pp. 640–654.
7. Гатчин Ю.А., Видин Б.В., Жаринов И.О., Жаринов О.О. Модели и методы проектирования интегрированной модульной авионики // Вестн. компьютер. и информ. технол. 2010. № 1. С. 12–20.
8. Богатырев В.А., Богатырев С.В. Надежность мультикластерных систем с перераспределением потоков запросов // Изв. вузов: Приборостроение. 2017. Т. 60. № 2. С. 171–177.
9. Богатырев В.А., Богатырев А.В., Голубев И.Ю., Богатырев С.В. Оптимизация распределения запросов между кластерами отказоустойчивой вычислительной системы // Науч.-технич. вестн. ИТМО. 2013. № 3. С. 77–82.
10. Aliev T.I. The synthesis of service discipline in systems with limits. CCIS, 2016, vol. 601, pp. 151–156. DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2_16.
11. Жмылёв С.А., Алиев Т.И. Системы массового обслуживания с полимодальными потоками // Науч.-технич. вестн. ИТМО. 2018. Т. 18. № 3. С. 473–478.
12. Алиев Т.И., Муравьева-Витковская Л.А. Приоритетные стратегии управления трафиком в мультисервисных компьютерных сетях // Изв. вузов: Приборостроение. 2011. Т. 54. № 6. С. 44–48.
13. Татарникова Т.М. Аналитико-статистическая модель оценки живучести сетей с топологией mesh // Информационно-управляющие системы. 2017. № 1. С. 17–22. DOI: <https://doi.org/10.15217/issnl684-8853.2017.1.17>.
14. Богатырев В.А., Богатырев С.В., Богатырев А.В. Оптимизация древовидной сети с резервированием коммутационных узлов и связей // Телекоммуникации. 2013. № 2. С. 42–48.
15. Шувалов В.П., Вараксина И.Ю. Классификация методов многопутевой маршрутизации // Т-Comm: Телекоммуникации и Транспорт. № 1. 2014. С. 29–32.
16. Bogatyrev V.A., Vinokurova M.S. Control and safety of operation of duplicated computer systems. CCIS, 2017, vol. 700, pp. 331–342. DOI: 10.1007/978-3-319-66836-9_28.
17. Грищенко А.Ю., Коробейников А.Г. Постановка задачи оптимизации распределенных вычислительных систем // Программные системы и вычислительные методы. 2013. № 4. С. 370–375.
18. Шубинский И.Б. Надежные отказоустойчивые информационные системы. Методы синтеза. Ульяновск: Печатный двор, 2016. 544 с.
19. Колбанёв М.О., Татарникова Т.М. Физические ресурсы информационных процессов и тех-

нологий // Науч.-технич. вестн. ИТМО. 2014. № 6. С. 113–122.

20. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.

21. Коробейников А.Г., Гришенцев А.Ю. Разработка и исследование многомерных математических моделей с использованием систем компьютерной алгебры. СПб: Изд-во НИУ ИТМО, 2014. 100 с.

Software & Systems
DOI: 10.15827/0236-235X.126.214-220

Received 18.06.18
2019, vol. 32, no. 2, pp. 214–220

Optimization of the control initialization periodicity based on duplicated computing

V.A. Bogatyrev¹, Dr.Sc. (Engineering), Professor of Computer science Department,
Vladimir.bogatyrev@gmail.com

D.E. Lisichkin¹, Graduate Student, slayjoker@mail.ru

¹ The National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics,
St. Petersburg, 197101, Russian Federation

Abstract. The paper considers a duplicated computing system equipped with the means of operational and test control. The effectiveness of failure detection system is determined by the completeness of the operational control and the frequency of test control. Reduction of control periodicity intervals decreases system readiness due to increasing time costs for testing, but at the same time it increases its safety as a result of decreasing of system functioning probability in the states of undetected failures.

In systems with duplicating of computer nodes, load-sharing modes are possible, when nodes independently perform a shared query thread between them, as well as the mode of duplicated calculations, when each query is simultaneously performed by two computer nodes when comparing the results at control points.

There is a potential for duplicated systems with load sharing to improve control efficiency after a periodic transition into a duplicated calculations mode with a comparison of results. This allows reducing costs for a test control (of a duplicated systems), and initiates it only when the results of duplicate calculations disagree.

The work objective is to determine optimal intervals of transition into the mode of duplicated calculations to ensure the maximum probability of system readiness for safe execution of functional requests while minimizing downtime and service delays.

The authors propose a Markov model for determining the probability of system states, including the system readiness for safe operation, downtime and dangerous undetected failure states. Based on the proposed model, the paper analyzes the influence of the initialization periodicity of the mode of duplicated calculations on the readiness of the system for safe operation. It shows the existence of an optimal initialization frequency of the mode of duplicated computations, which enable the probability system readiness for safe operation to achieve maximum while minimizing system downtime.

Keywords: Markov model, control, duplicated calculations, readiness, reliability, optimality, testing.

References

1. Kazarin O.V., Shubinsky I.B. *Reliability and Security of Software: Study Manual for Undergraduates and Graduates*. Moscow, Yurayt, 2018, 342 p.
2. Verzun N.A., Kolbanov M.O., Tatarnikova T.M. Technological platform of the fourth industrial revolution. *Geopolitics and Security*. 2016, no. 2, pp. 73–78 (in Russ.).
3. Abramyan G.V. The structure and functions of the information system for monitoring and managing the development risks of small and medium-sized businesses in the North-West Federal District. *Audit and Financial Analysis*. 2017, no. 5, pp. 611–617 (in Russ.).
4. Sorin D. *Fault Tolerant Computer Architecture*. Morgan & Claypool Publ., 2009, 103 p.
5. Polovko A.M., Gurov S.V. *Fundamentals of the Theory of Reliability*. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2006, 702 p.
6. Ageev A.M. Configuring of excessive onboard equipment sets. *J. of Computer and Systems Sciences Intern.* 2018, vol. 57, no. 4, pp. 640–654 (in Russ.).

7. Gatchin Yu.A., Vidin B.V., Zharinov I.O., Zharinov O.O. Models and methods of integrated modular avionics designing. *Herald of Computer and Information Technologies*. 2010, no. 1, pp. 12–20 (in Russ.).
8. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V. Reliability of multicluster systems with redistribution of request flows. *J. of Instrument Engineering*. 2017, vol. 60, no. 2, pp. 171–177 (in Russ.).
9. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Golubev I.Yu., Bogatyrev S.V. Queries distribution optimization between clusters of fault-tolerant computing system. *Scientific and Technical J. of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2013, no. 3, pp. 77–82 (in Russ.).
10. Aliev T.I. The synthesis of service discipline in systems with limits. *Communications in Computer and Information Science*. 2016, vol. 601, pp. 151–156. DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2_16.
11. Zhmylev S.A., Aliev T.I. Queue systems with polymodal query flows. *Scientific and Technical J. of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2018, vol. 18, no. 3, pp. 473–478 (in Russ.).
12. Aliev T.I., Muravyeva-Vitkovskaya L.A. Priority-based strategies of traffic management in multi-service computer networks. *J. of Instrument Engineering*. 2011, vol. 54, no. 6, pp. 44–48 (in Russ.).
13. Tatarnikova T.M. Analytical-statistical model of mesh network survivability evaluation. *Information and Control Systems*. 2017, no. 1, pp. 17–22 (in Russ.). DOI: 10.15217/issn1684-8853.2017.1.17.
14. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Tree network optimization with redundant switching nodes and connections. *Telecommunications*. 2013, no. 2, pp. 42–48 (in Russ.).
15. Shuvalov V.P., Varaksina I.Yu. Classification of multi-path routing methods. *T-Comm.*, 2014, no. 1, pp. 29–32 (in Russ.).
16. Bogatyrev V.A., Vinokurova M.S. Control and safety of operation of duplicated computer systems. *Communications in Computer and Information Science*. 2017, vol. 700, pp. 331–342. DOI: 10.1007/978-3-319-66836-9_28.
17. Grishentsev A.Yu., Korobeynikov A.G. Statement of the optimization problem of distributed computing systems. *Software Systems and Computing Methods*. 2013, no. 4, pp. 370–375 (in Russ.).
18. Shubinsky I.B. *Reliable Fault-Tolerant Information Systems. Synthesis Methods*. Ulyanovsk, Pechatny dvor Publ., 2016, 544 p.
19. Kolbanev M.O., Tatarnikova T.M. Physical resources of information processes and technologies. *Scientific and Technical J. of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2014, no. 6, pp. 113–122 (in Russ.).
20. Kleynrok L. *Queuing Theory*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979, 432 p.
21. Korobeynikov A.G., Grishentsev A.Yu. *Development and Research of Multidimensional Mathematical Models Using Computer Algebra Systems*. St. Petersburg, NIU ITMO Publ., 2014, 100 p.

Для цитирования

Богатырев В.А., Лисичкин Д.Э. Оптимизация периодичности инициализации контроля на основе дублированных вычислений // Программные продукты и системы. 2019. Т. 32. № 2. С. 214–220. DOI: 10.15827/0236-235X.126.214-220.

For citation

Bogatyrev V.A., Lisichkin D.E. Optimization of the control initialization periodicity based on duplicated computing. *Software & Systems*. 2019, vol. 32, no. 2, pp. 214–220 (in Russ.). DOI: 10.15827/0236-235X.126.214-220.