

УДК 519.683.8
DOI: 10.15827/0236-235X.139.340-347

Дата подачи статьи: 25.07.22
2022. Т. 35. № 3. С. 340–347

Фильтрационная модель и параллельные вычисления характеристик кровотока в системе кровообращения при наличии закупоривающего кольцевого тромба

*В.М. Конюхов*¹, д.ф.-м.н., профессор, vladimir.konyukhov@kpfu.ru

*М.Г. Храмченков*¹, д.ф.-м.н., профессор, mkhramch@gmail.com

*И.В. Конюхов*², к.ф.-м.н., доцент, i.konyukhov@innopolis.ru

¹ Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

² Университет Иннополис, г. Иннополис, 420500, Россия

На основе общих уравнений фильтрации выполнено математическое описание течения крови в системе кровообращения при наличии тромба пористой структуры, сформировавшегося на стенке кровеносного сосуда, с учетом движения флюида внутри тромба и его разрушения под действием гидродинамических сил. В модели учтено, что изменение внутренних нагрузок, возникающих в материале тромба, приводит к формированию неоднородного распределения проницаемости, которая является функцией пространственных координат и времени. В предположении симметричности тороидальной формы тромба рассмотрена плоская двумерная задача в поперечном разрезе сосуда и тромба.

Для решения поставленной задачи использованы конечно-разностные методы и разработаны итерационные алгоритмы с применением технологий параллельных вычислений. Распараллеливание расчетов проведено также при визуализации гидродинамических характеристик потоков. Численная и алгоритмическая модели реализованы в программном комплексе, который позволяет проводить вычислительные эксперименты с одновременной визуализацией их результатов. Проведен анализ влияния формы и структуры кольцевого тромба, образовавшегося у стенки кровеносного сосуда, на основные гидродинамические характеристики, определяющие вероятность отрыва тромба от стенки.

Показано, что наиболее опасными являются тромбы с острым углом наклона между внешней границей тромба и стенкой сосуда. Это обусловлено двумя факторами: возникающим вращательным моментом сил, стремящихся оторвать передний край тромба от стенки сосуда, и локальным градиентом давления у основания сгустка, значительно превышающим градиент давления в сосуде вне тромба. При этом проницаемость тромба влияет на общий перепад давления и максимальный градиент давления, но практически не изменяет направление потока жидкости в кровеносном сосуде.

Ключевые слова: фильтрационная модель, численные алгоритмы, параллельные вычисления, система кровообращения, закупоривающий кольцевой тромб.

Восстановление поврежденных кровеносных сосудов человека и остановка кровотечения определяются сложным процессом свертывания крови, в ходе которого в жидкой крови образуются твердые фибриновые сгустки. Травмированные участки стенок сосудов покрываются такими сгустками и тромбоцитами, постепенно закупоривающими места повреждения. Свертывание крови является многокаскадной реакцией, которая реализуется по двум различным программам сгущения крови, объединяющимся в общий процесс образования тромбов. На каждом этапе в реакции участвуют специфические белки и их сложные соединения (энзимы). Одна из таких программ, внутренняя, запускается, когда кровь начинает контактировать с тканью любого участка внутри кровеносного сосуда, называемой внешней поверхностью – за исключением ткани эндотелия. На таких внешних поверхностях в крови автоматически начинается про-

цесс свертывания как ответ на повреждение сосуда. Другая программа, внешняя, включается при серьезных травмах сосудов для обеспечения быстрого тромбообразования. Обе программы дополняют друг друга, и конечным результатом их выполнения является фибриновый тромб, который формируется независимо от того, какая из этих программ была активизирована изначально.

Многокаскадная реакция свертывания реализуется как серия последовательных реакций, в которой продукт предшествующего шага активизирует следующий. Чтобы реакции протекали правильно, необходимо наличие соответствующих сгущающих кровь факторов, то есть участие активных и неактивных белков с конкретными структурами и функциональностями. Белки служат активизаторами и предшественниками прочих молекул, необходимых для образования и роста тромба – тромбозиса. Конечным этапом тромбозиса является преоб-

разование растворимого фактора – фибриногена – в нерастворимый фибриновый тромб. У позвоночных животных, а также у людей преобразование фибриногена проходит три упорядоченных этапа: 1) расщепление белков на необходимые аминокислоты, активируемое ферментом тромбином (протеолизис) для ускорения протекания реакций, 2) самосборка вновь сформированных фибрин-мономеров, 3) формирование перекрестных связей собранного фибрина для упрочения тромба, структура которого представляет собой множество переплетенных фибриновых нитей. Сгусток фибрина является структурной основой тромба, состоящего из фибрина и встроенных в него тромбоцитов и клеток крови. Фибриновые нити химически связаны в местах их пересечения особым упрочивающим ферментом, что обеспечивает способность тромба противостоять току крови и предотвращать кровоизлияние из раны [1]. Свойства, позволяющие тромбам эффективно закупоривать раны, являются механическими и включают такие характеристики, как упругость и вязкость [2]. Структура и механические свойства тромбов, которые могут быть очень разнообразными, важны для поведения фибрина при заживлении ран сосудов и предотвращении кровопотери.

Фибринолитическая система наряду с фибрином включает в себя тканевый активатор, превращающий белок плазминоген в активный энзим – плазмин, участвующий в расщеплении или растворения тромба – лизисе фибрина [3]. Этот процесс всегда сопровождается свертывание крови с целью предотвращения закупорки кровеносных сосудов сгустками фибрина и устранения тромбов после заживления ран. В критических ситуациях, например, при закупорке важных кровеносных сосудов тромбами, оторвавшимися от стенки сосуда, возникает необходимость в растворении тромбов с помощью литических средств с целью предотвращения тяжелых осложнений.

Не останавливаясь на детальном описании очень сложной и разнообразной структуры кровяного тромба, отметим, что механизмы возникновения тромбов из протромбина подробно изложены в [4, 5]. Физическая и биохимическая структуры тромба зависят от многих факторов: концентрации тромбина и фибриногена, ионных сил в растворе и гемодинамических сил [4, 6, 7], а также влияния литических агентов, перенос которых происходит за счет как конвекции, так и диффузии.

Вероятность образования сгустка внутри сосуда, его лизиса и отрыва определяется мно-

гочисленными обстоятельствами, такими как реология крови, целостность стенки сосуда, деятельность кровяных телец, фибринолиз, факторы сгущения, а также структурой, механическими свойствами и проницаемостью сгустка. Сгусток крови должен одновременно обладать нужной степенью жесткости и пластичности для остановки потока крови, и усваиваться литическими ферментами, чтобы не образовывать тромб, вызывающий сердечные приступы, инсульты или легочную эмболию. Таким образом, поскольку процессы тромбозиса и лизиса весьма сложны, тесно взаимосвязаны, происходят с участием многочисленных факторов крови, характеризуются проявлением различных химических и физических эффектов, применение методов математического и численного моделирования для решения соответствующих задач биологии и медицины [8–10] имеет большое теоретическое и практическое значение.

Математическое описание

При математическом моделировании движения крови по кровеносным сосудам обычно используют предположение о том, что сосуды представляют собой системы трубок с твердыми или эластичными стенками. Уравнения, описывающие течение крови со скоростью V , как правило, включают в себя уравнение неразрывности

$$\operatorname{div} V = 0 \quad (1)$$

и закон сохранения количества движения в форме уравнений Навье–Стокса.

При таком подходе гидродинамические характеристики потока крови зависят от формы поперечного сечения сосуда, изменение которой обусловлено как появлением тромба и его ростом или деградацией, так и отрывом от стенки сосуда. При этом материал тромба считается непроницаемым, так что, подобные модели позволяют изучать лишь внешнее воздействие потока крови на прочностные характеристики связи «тромб–стенка сосуда». Однако, как показывают эксперименты, тромб имеет сложную пористую структуру, и внутри него происходит фильтрационное движение флюида [11]. Оно приводит к возникновению дополнительных внутренних нагрузок в материале всего тромба из-за значительных перепадов давления и, конечно же, в наиболее опасных местах наименее прочного соединения тромба с сосудом.

В настоящей статье основное внимание уделяется прежде всего расчету фильтрационного движения некоторых компонентов крови внутри тромба и изучению эффекта фильтрационного разрушения тромба, а детальная модель движения крови по сосуду не рассматривается. В рамках такого упрощенного подхода внешний поток крови в свободном от тромба сечении сосуда моделируется как фильтрация в пористой среде с пористостью, равной единице, а внутренний поток – как фильтрация в области, занятой веществом тромба, появляющегося и развивающегося у стенки сосуда, с пористостью m , меньшей единицы. Система уравнений, описывающих данный процесс, помимо уравнения неразрывности (1), включает в себя уравнения многокомпонентного массопереноса

$$\frac{\partial mC_i}{\partial t} + \text{div}VC_i + \frac{\partial a_i}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$V = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \quad \frac{\partial a_i}{\partial t} = f(C_1, \dots, t).$$

Здесь C_i – концентрации компонентов крови; a_i – концентрация соответствующего компонента, обусловленная его адсорбцией; k – коэффициент проницаемости; μ – вязкость крови; p – давление в крови. В предлагаемой модели (1), (2) именно адсорбция определяет процесс образования тромба. Важнейшие компоненты процесса – протромбин, тромбин, фибриноген, фибрин, различные литические агенты и т.д. Как показывают многочисленные экспериментальные наблюдения, этот процесс образования тромба происходит гораздо быстрее по сравнению с процессом его отрыва, поэтому можно считать, что в момент начала отрыва сгусток полностью сформирован.

Если в сосуде образовался тромб, то процесс его разрушения, под которым будем понимать отрыв всего тромба целиком или некоторой его части, обусловлен двумя основными факторами. Во-первых, увеличение скорости внешнего потока крови из-за уменьшения просвета сосуда в окрестности образовавшегося тромба, приводящего к росту гидравлического сопротивления в потоке. Во-вторых, наличие внутреннего фильтрационного течения в пористой среде тромба, из-за которого возникающий перепад давления в каких-то областях сгустка может превысить некоторое критическое значение. Как правило, отрыв вещества начинается после достижения градиентом давления $|\nabla p|$ некоторого значения I_0 , характерного для данного вещества. Отметим,

что разрушение может затрагивать не все, а только некоторые области тромба. При этом тромб постепенно теряет способность сопротивляться срезающей нагрузке со стороны потока, и со временем происходит его отрыв от стенки сосуда.

Для описания действия внутреннего фактора введем неотрицательную величину N объемной доли вещества тромба, способного к фильтрационному разрушению, и запишем в общем виде уравнение

$$\partial N / \partial t = -\Psi(N, |\nabla p| - I_0(N)), \quad (3)$$

которое определяет скорость разрушения сгустка при $|\nabla p| > I_0$. Отметим, что величина I_0 может зависеть от N . Функция $\Psi(N, |\nabla p| - I_0(N))$ положительна при $N > 0$, $|\nabla p| > I_0$ и равна нулю в других случаях. Можно считать, что величина N явно определяет прочностные свойства пористого материала тромба к моменту начала его разрушения. Функция $\Psi(N, |\nabla p| - I_0(N))$, зависимость $I_0(N)$ и исходное значение N_0 считаются заданными и подлежат определению на основе экспериментальных данных. По-видимому, функция Ψ должна быть возрастающей по аргументу N , а функция $I_0(N)$ – убывающей, что должно отражать более легкое разрушение тромба на начальном этапе, когда вымывается менее прочно удерживаемая часть вещества (в ходе процесса с уменьшением N критический градиент I_0 растет, а скорость разрушения Ψ падает). В первом приближении положим $I_0 = \text{const}$, скорость разрушения – пропорциональной разности $|\nabla p| - I_0$ при $|\nabla p| > I_0$ и, пренебрегая зависимостью скорости разрушения от аргумента N , запишем функцию Ψ в виде $\Psi = \beta(|\nabla p| - I_0)$, $|\nabla p| > I_0$, $N > 0$.

При разрушении вещества тромба с изменением N могут изменяться и его фильтрационные свойства. В этом случае необходимо задать зависимость коэффициента проницаемости k тромба от N и совместно решать систему уравнений (1)–(3). После построения полей давления и фильтрационных градиентов решение уравнения (3) позволит найти распределение $N(x, y, z, t)$.

Численная и алгоритмическая модели

Уравнения (1)–(3) решим конечно-разностными методами, подробное описание которых приведено в работах [12, 13]. Отметим некоторые принципиальные особенности построенной численной модели.

Сеточную область строим так, что значения h_x и h_z шагов ее разбиения вдоль горизонталь-

ной и вертикальной осей OX и OZ постоянны, но могут быть и различными. Для улучшения аппроксимации фильтрационных потоков компонентов крови добавим дополнительные узлы за счет смещения исходной сетки на полшага вдоль осей OX и OZ . Уравнения (1)–(3) аппроксимируем в узлах этих сеток полностью консервативной конечно-разностной схемой. Полученную систему алгебраических уравнений относительно давления решим двухшаговым итерационным методом [12, 13] с высокой скоростью сходимости (3–5 итераций) на каждом временном слое. Его скорость не зависит ни от общего числа узлов сетки, ни от коэффициентов уравнений (1)–(3), значения которых могут отличаться на несколько порядков. Ускорение итерационного процесса расчета давления достигается за счет параллельных вычислений элементов матрицы системы линейных алгебраических уравнений большой размерности. Численная модель реализована в программном обеспечении с использованием языка программирования C#, библиотеки параллельных задач (TPL), набора библиотек от NVIDIA CUDA и OPENCL. Разработанная программа позволяет моделировать процессы массопереноса в системе «кровеносный сосуд–тромб» с одновременной визуализацией результатов вычислений, которая производится также с применением распараллеливания операций. Некоторые из результатов расчетов гидродинамических характеристик потоков приведены далее.

Результаты вычислительных экспериментов

В качестве иллюстрации приведем результаты вычислительных экспериментов и их визуализации, полученные при расчете гидродинамических характеристик кровотока в кровеносном сосуде при наличии на его внутренней стенке кольцевого тромба симметричной тороидальной формы, сформировавшегося в результате взаимодействия четырех основных компонентов крови – протромбина, тромбина, фибриногена и фибрина, ответственных за процессы внутри тромба. Проницаемость k_c считается заданной. В силу симметрии в данном случае для изучения основных характеристик течения крови в тромбе достаточно рассмотреть задачу плоскопараллельной двумерной фильтрации в половине продольного сечения сосуда и тромба, показанного на рисунке. Область, занимаемая тромбом, на рисунке заштрихована.

В разрезе граница ножки тромба совпадает с внутренней стенкой сосуда, а внутри него

тромб имеет форму окружности. Координатные оси OX и OZ с началом на внутренней границе сосуда направлены соответственно к этой границе и ортогонально к ней. Для удобства представления результатов расчетов геометрические параметры системы «сосуд–тромб» выражены в долях диаметра D сосуда, то есть единица длины соответствует значению D . Проницаемость k_c тромба также выражается в долях проницаемости k_v кровеносного сосуда, которая принимается за единицу. Поскольку наличие тромба заметно влияет на кровоток в системе «кровеносный сосуд–тромб» только вблизи тромба, достаточно рассмотреть участок сосуда с непроницаемой стенкой и длиной около нескольких его диаметров. Начало координат расположено на расстоянии $5D$ от середины тромба. Двумерная задача в таком продольном разрезе решена при заданной массовой скорости Q_i крови на входе в сосуд и фиксированном давлении p_o на его выходе. Поток крови движется вдоль положительного направления оси OX , набегая на тромб.

Рассмотрим сначала результаты параллельных и последовательных вычислений. В таблице 1 приведены времена T_{\parallel} и T_{Π} , требуемые для решения тестовой задачи расчета поля давления в системе «сосуд–тромб» на ста временных слоях соответственно при последовательных расчетах и с использованием различных центральных процессоров Intel. Параметр $\kappa_{\parallel} = T_{\Pi}/T_{\parallel}$ характеризует эффективность параллельных вычислений по сравнению с последовательными. В таблице 2 представлены скорости v_{Π} и v_{\parallel} (кадр/сек.) визуализации двумерных полей давления в полноэкранном FullHD-разрешении при последовательном и параллельном режимах на центральных про-

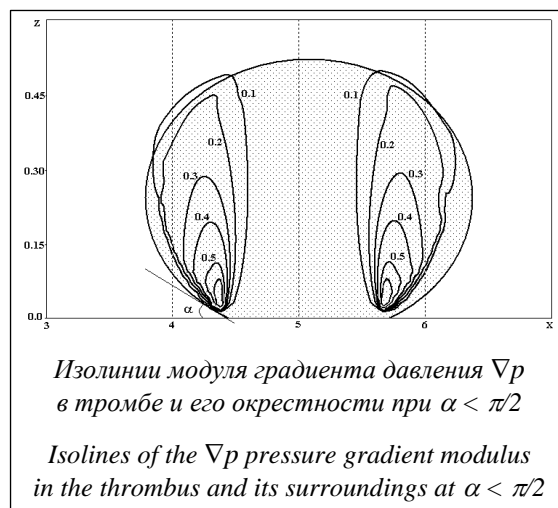


Таблица 1

Сравнение эффективности решения фильтрационной задачи при последовательном и параллельном режимах вычислений

Table 1

Comparing the efficiency of solving a filtration problem in sequential and parallel computing modes

Intel Core								
i5-3337U, 2,6 GHz, 2 ядра			i7-860 2,8 GHz, 4 ядра			i7-X980 3,6 GHz, 6 ядер		
$T_{П}$, сек.	$T_{ }$, сек.	$\kappa_{ }$	$T_{П}$, сек.	$T_{ }$, сек.	$\kappa_{ }$	$T_{П}$, сек.	$T_{ }$, сек.	$\kappa_{ }$
28,8	23,7	1,21	31,2	25,3	1,23	26,7	20,8	1,28

Таблица 2

Оценка скорости визуализации фильтрационных характеристик при последовательном и параллельном режимах вычислений

Table 2

Estimating the visualization speed of filtration characteristics in sequential and parallel computing modes

Intel Core								
i5-3337U			i7-860			i7-X980		
NVIDIA GeForce								
GT 640M LE, 500 MHz, 384 ядра			GTX 260, 576 MHz, 192 ядра			GTX 580, 772 MHz, 512 ядер		
$v_{П}$, к/с	$v_{ }$, к/с	$v_{ }$	$v_{П}$, к/с	$v_{ }$, к/с	$v_{ }$	$v_{П}$, к/с	$v_{ }$, к/с	$v_{ }$
1,8	3,4	1,9	1,8	4,3	2,4	2	7,2	3,6
	9,2	5,1		7,6	4,2		13,8	6,9

цессорах Intel тех же моделей (значения в верхних ячейках нижней строки таблицы) и на графических процессорах NVIDIA с использованием технологии CUDA (значения нижних ячеек). Параметр $\zeta_{||} = v_{П}/v_{||}$ отражает ускорение визуализации в параллельных режимах.

Нетрудно заметить, что в зависимости от типа процессора время $T_{||}$ параллельного счета при решении уравнений фильтрации (1)–(3) сокращается на 20–30 %, при визуализации результатов – в 2–3,5 раза на центральных процессорах и в 4–7 раз на графических.

Перейдем к изучению влияния формы тромба на гидродинамические характеристики процесса. Как показал анализ вычислительных экспериментов, распределения давления $p(x, z)$ и его градиента $|\nabla p(x, z)|$ в системе «кровеносный сосуд–тромб» существенно зависят от угла α пересечения границы сгустка и стенки сосуда. Обе эти функции чувствительны к высоте тромба, влияющего на просвет сосуда. Высота сгустка также достаточно сильно влияет на величину общего перепада давления $\Delta p = p_i - p_o$ по длине сосуда, но практически не зависит от величины α . В то же время поле скоростей V и градиент $|\nabla p|$ внутри тромба в основном зависят от угла α .

Если $\alpha < \pi/2$, то максимум ∇p_{max} градиента давления находится внутри сгустка в окрестности пересечения его границы со стенкой сосуда (см. рисунок). На рисунке показан фрагмент системы «кровеносный сосуд–тромб» в увеличенном масштабе. Вертикальный масштаб примерно в четыре раза больше горизонтального, поэтому на рисунке высота сгустка составляет немногим меньше половины диаметра сосуда. В приведенном примере $k_c = 10^{-3}$. При $\alpha < \pi/2$ в окрестностях передней и задней границ тромба образуются восходящий и нисходящий потоки жидкости соответственно.

Если $\alpha \geq \pi/2$, то максимум градиента давления $|\nabla p|$ находится также внутри сгустка крови, но не на границе сосуда, а в верхней части сгустка. В этом случае вращательный момент сил отсутствует, и предельный градиент разрушения достигается прежде всего на этой части тромба. Отметим, что значение максимума $|\nabla p|$ намного меньше, чем при $\alpha < \pi/2$, значит, вероятность разрушения тромба при $\alpha \geq \pi/2$ существенно ниже.

Величина максимального градиента ∇p_{max} зависит не только от формы тромба, но и от его структуры. Этот факт иллюстрируют представленные во второй строке таблицы 3 значения

безразмерного максимального градиента $\gamma = \nabla p_{\max} / \nabla p_0$ в зависимости от проницаемости k_c сгустка крови, форма которого показана на рисунке. Здесь $\nabla p_0 = \text{const}$ является максимальным значением градиента давления при отсутствии сгустка крови в сосуде. Легко видеть, что зависимость $\gamma(k_c)$ является нелинейной функцией от проницаемости k_c тромба. Она становится практически постоянной при $k_c \leq 10^{-3}$, а ее предельное значение более чем в пятьдесят раз больше, чем ∇p_0 . Очевидно, что даже из-за небольших механических нагрузок, которые стимулируют рост градиента ∇p_0 , вероятность отрыва сгустка от стенки сосуда значительно возрастает.

Таблица 3

Зависимость безразмерного максимального градиента давления и безразмерного перепада давления в граничной области тромба от его проницаемости

Table 3

The dependence of the dimensionless maximal pressure gradient and the dimensionless pressure drop in the blood clot neighbourhood on its permeability

k_c	1	0.5	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
$\gamma(k_c)$	1	4.5	18.2	47.3	52.6	52.7	52.8	52.9
$\delta p(k_c)$	1	1.076	1.181	1.219	1.222	1.223	1.225	1.226

Общее падение давления Δp также растет с уменьшением проницаемости тромба. В третьей строке таблицы 3 приведены значения безразмерного перепада давления $\delta p = \Delta p_c / \Delta p_0$ в зависимости от проницаемости k_c , где Δp_c и ∇p_0 – перепады давления, соответственно, при наличии и отсутствии тромба в кровеносном сосуде. Однако рост функции $\delta p(k_c)$ не столь значителен по сравнению с функцией $\gamma(k_c)$: при $k_c \leq 10^{-3}$ ее максимальное приращение составляет около 22 %.

Заключение

На основе общих уравнений многокомпонентной фильтрации построена математическая модель течения смеси различных компонентов, отвечающих за процессы образования и растворения тромба, в системе «кровеносный сосуд–тромб». Разработаны численная и алгоритмическая модели для расчета и визуализации гидродинамических характеристик массообменных процессов, реализованные в программном комплексе с применением методов параллельных вычислений на центральных процессорах и графических процессорах NVIDIA с использованием технологии CUDA.

Показана возможность ускорения вычислений на примере двумерной задачи фильтрации в кольцевом тромбе симметричной тороидальной формы. Проведен анализ влияния формы и структуры кольцевого тромба, образовавшегося у стенки кровеносного сосуда, на основные гидродинамические характеристики, определяющие вероятность отрыва тромба от стенки.

Показано, что наиболее опасной является ситуация, когда сгустки крови имеют острый угол наклона между границей ткани и стенкой кровеносного сосуда. В этом случае внутри тромба возникают два эффекта, стремящихся оторвать тромб от стенки сосуда: вращательный момент сил на передней границе сгустка, а также действие локального градиента давления у его основания, который значительно превышает градиент давления в сосуде вне тромба. Эти эффекты усиливаются по мере роста проницаемости тромба.

Результаты проведенных исследований могут быть полезны на этапах диагностики состояния тромбов в сосудах и применения соответствующих литических ферментов, предназначенных для постепенного разрушения тромба без его отрыва от стенки сосуда и предотвращения различных тяжелых осложнений.

Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета («ПРИОРИТЕТ-2030»).

Литература

1. Kattula S., Byrnes J.R., Wolberg A.S. Fibrinogen and fibrin in hemostasis and thrombosis. *Arteriosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology*, 2017, vol. 37, pp. 13–21. DOI: 10.1161/ATVBAHA.117.308564.
2. Nelb G.W., Gerth C., Ferry J.D., Lorand L. Rheology of fibrin clots. *Biophysical Chemistry*, 1976, vol. 5, no. 3, pp. 377–387. DOI: 10.1016/0301-4622(76)80050-6.
3. Weisel J.W. Fibrinogen and Fibrin. *Advances in Protein Chemistry*, 2005, vol. 70, pp. 247–299. DOI: 10.1016/S0065-3233(05)70008-5.

4. Weisel J.W., Nagaswami C. Computer modeling of fibrin polymerization kinetics correlated with electron microscope and turbidity observations: Clot structure and assembly are kinetically controlled. *Biophys. J.*, 1992, vol. 63, pp. 111–128. DOI: 10.1016/S0006-3495(92)81594-1.
5. Hunziker E.B., Straub P.W., Haerberli A. A new concept of fibrin formation based upon the linear growth of interlacing and branching polymers and molecular alignment into interlocking single-stranded segments. *J. of Biological Chemistry*, 1990, vol. 265, no. 13, pp. 7455–7463. DOI: 10.1016/S0021-9258(19)39135-5.
6. Carr M.E., Shen L.L., Hermans J. Mass-length ratio of fibrin fibers from gel permeation and light scattering. *Biopolymers*, 1977, vol. 16, no. 1, pp. 1–15. DOI: 10.1002/BIP.1977.360160102.
7. Еникеева Д.А., Бондарчук Н.Г. Механизмы действия и сравнительная характеристика антикоагулянтов // Экспериментальная и клиническая фармакология. 2021. Т. 84. № 5. С. 32–42. DOI: 10.30906/0869-2092-2021-84-5-32-42.
8. Симаков С.С. Современные методы математического моделирования кровотока с помощью осредненных моделей // Компьютерные исследования и моделирование. 2018. Т. 10. С. 581–604. DOI: 10.20537/2076-7633-2018-10-5-581-604.
9. Gamilov T., Simakov S. Blood flow under mechanical stimulations. *Proc. IACSS*, 2019, pp. 143–150. DOI: 10.1007/978-3-030-35048-2_17.
10. Gognieva D., Gamilov T., Pryamonosov R., Betelin V., Ternovoy S. et al. One-dimensional mathematical model-based automated assessment of fractional flow reserve in a patient with silent myocardial ischemia. *The American J. of Case Reports*, 2018, vol. 19, pp. 724–728. DOI: 10.12659/AJCR.908449.
11. Boek E.S., Hall C., Tardy P.M. Deep bed filtration modelling of formation damage due to particulate invasion from drilling fluids. *Transport in Porous Media*, 2012, vol. 91, no. 2, pp. 479–508. DOI: 10.1007/s11242-011-9856-0.
12. Чекалин А.Н., Конюхов В.М., Костерин А.В. Двухфазная многокомпонентная фильтрация в нефтяных пластах сложной структуры. Казань: Изд-во КФУ, 2009. 179 с.
13. Конюхов В.М., Чекалин А.Н., Храменков М.Г. Миграция разноплотностных жидкостей в водоносных пластах сложной структуры. Казань: Казанское математическое общество, 2005. 158 с.

Software & Systems
DOI: 10.15827/0236-235X.139.340-347

Received 25.07.22
2022, vol. 35, no. 3, pp. 340–347

A filtration model and parallel computing of the blood flow characteristics in the circulatory system in presence of an occluding circular clot

V.M. Konyukhov¹, *Dr.Sc. (Physics and Mathematics), Professor, vladimir.konyukhov@kpfu.ru*
M.G. Khramchenkov¹, *Dr.Sc. (Physics and Mathematics), Professor, mkhramch@gmail.com*
I.V. Konyukhov², *Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, i.konyukhov@innopolis.ru*

¹ *Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russian Federation*

² *Innopolis University, Innopolis, 420500, Russian Federation*

Abstract. The authors have mathematically described the blood flow in the circulatory system based on the general filtration equations at the presence of an occluding circular porous clot located on the vessel wall, taking into account clot destruction under the action of hydrodynamic forces. The change in the internal forces occurring in the clot material leads to forming an inhomogeneous permeability distribution, which is a function of spatial coordinates and time. Under the assumption of a symmetric toroidal shape of the thrombus, the paper considers a flat two-dimensional problem in the cross section of the vessel and a clot.

The authors have developed finite-difference schemes and iterative algorithms using parallel computing technologies to solve corresponding two-dimensional problem in a blood vessel and a blood clot with heterogeneous permeability. They have also carried out parallelization at the visualization of the hydrodynamic characteristics of the flows. The software package with the implemented numerical and algorithmical models enables computational experiments with simultaneous visualization of their results. There is the analysis of the influence of the shape and the structure of a clot formed at the blood vessel wall on the main hydrodynamic characteristics determining the probability of a clot breakage from the wall. It is shown that the most dangerous are the blood clots which boundary forms an acute angle with the vessel wall. This is caused by two factors: the occurrence of the rotary moment of the forces tending to the break of the blood clot front edge down the vessel wall, as well as by the action of a local pressure gradient at the clot base, which significantly exceeds

the pressure gradient in the vessel outside the blood clot. At the same time, the clot permeability affects the total pressure drop and the maximal pressure gradient magnitude, but it practically does not change the direction of the fluid flow in the blood vessel.

Keywords: filtration model, numerical algorithms, parallel computing, circulatory system, occluding circular clot.

Acknowledgements. This paper has been supported by the Kazan Federal University Strategic Academic Leadership Program ("PRIORITY-2030").

References

1. Kattula S., Byrnes J.R., Wolberg A.S. Fibrinogen and fibrin in hemostasis and thrombosis. *Arteriosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology*, 2017, vol. 37, pp. 13–21. DOI: 10.1161/ATVBAHA.117.308564.
2. Nelb G.W., Gerth C., Ferry J.D., Lorand L. Rheology of fibrin clots. *Biophysical Chemistry*, 1976, vol. 5, no. 3, pp. 377–387. DOI: 10.1016/0301-4622(76)80050-6.
3. Weisel J.W. Fibrinogen and Fibrin. *Advances in Protein Chemistry*, 2005, vol. 70, pp. 247–299. DOI: 10.1016/S0065-3233(05)70008-5.
4. Weisel J.W., Nagaswami C. Computer modeling of fibrin polymerization kinetics correlated with electron microscope and turbidity observations: Clot structure and assembly are kinetically controlled. *Biophys. J.*, 1992, vol. 63, pp. 111–128. DOI: 10.1016/S0006-3495(92)81594-1.
5. Hunziker E.B., Straub P.W., Haerberli A. A new concept of fibrin formation based upon the linear growth of interlacing and branching polymers and molecular alignment into interlocking single-stranded segments. *J. of Biological Chemistry*, 1990, vol. 265, no. 13, pp. 7455–7463. DOI: 10.1016/S0021-9258(19)39135-5.
6. Carr M.E., Shen L.L., Hermans J. Mass-length ratio of fibrin fibers from gel permeation and light scattering. *Biopolymers*, 1977, vol. 16, no. 1, pp. 1–15. DOI: 10.1002/BIP.1977.360160102.
7. Enikeeva D.A., Bondarchuk N.G. Mechanisms of action and comparative characteristics of anticoagulants. *Experimental and Clinical Pharmacology*, 2021, vol. 84, no. 5, pp. 32–42. DOI: 10.30906/0869-2092-2021-84-5-32-42 (on Russ.).
8. Simakov S.S. Modern methods of mathematical modeling of blood flow using reduced order methods. *Computer Research and Modeling*, 2018, vol. 10, no. 5, pp. 581–604. DOI: 10.20537/2076-7633-2018-10-5-581-604 (in Russ.).
9. Gamilov T., Simakov S. Blood flow under mechanical stimulations. *Proc. IACSS*, 2019, pp. 143–150. DOI: 10.1007/978-3-030-35048-2_17.
10. Gognieva D., Gamilov T., Pryamonosov R., Betelin V., Ternovoy S. et al. One-dimensional mathematical model-based automated assessment of fractional flow reserve in a patient with silent myocardial ischemia. *The American J. of Case Reports*, 2018, vol. 19, pp. 724–728. DOI: 10.12659/AJCR.908449.
11. Boek E.S., Hall C., Tardy P.M. Deep bed filtration modelling of formation damage due to particulate invasion from drilling fluids. *Transport in Porous Media*, 2012, vol. 91, no. 2, pp. 479–508. DOI: 10.1007/s11242-011-9856-0.
12. Chekalin A.N., Konyukhov V.M., Kosterin A.V. *Two-phase Multicomponent Filtration in the Complex Structured Oil Reservoirs*. Kazan, 2009, 179 p. (in Russ.).
13. Konyukhov V.M., Chekalin A.N., Khrumchenkov M.G. *Migration of the Different-Density Fluids in Complex Structured Aquifers*. Kazan, 2005, 158 p. (in Russ.).

Для цитирования

Конюхов В.М., Храменков М.Г., Конюхов И.В. Фильтрационная модель и параллельные вычисления характеристик кровотока в системе кровообращения при наличии закупоривающего кольцевого тромба // Программные продукты и системы. 2022. Т. 35. № 3. С. 340–347. DOI: 10.15827/0236-235X.139.340-347.

For citation

Konyukhov V.M., Khrumchenkov M.G., Konyukhov I.V. A filtration model and parallel computing of the blood flow characteristics in the circulatory system in case of an occluding circular clot. *Software & Systems*, 2022, vol. 35, no. 3, pp. 340–347 (in Russ.). DOI: 10.15827/0236-235X.139.340-347.