УДК 004.925 doi: 10.15827/0236-235X.151.438-447 2025. Т. 38. № 3. С. 438–447

Комбинированный метод деформации и анимации объектов на основе позиционного моделирования и механики сплошных сред с применением патчей свободных форм

С.И. Вяткин [1]✉, Б.С. Долговесов [1]

[1] Институт автоматики и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск, 630090, Россия

Ссылка для цитирования
Вяткин С.И., Долговесов Б.С. Комбинированный метод деформации и анимации объектов на основе позиционного моделирования и механики сплошных сред с применением патчей свободных форм // Программные продукты и системы. 2025. Т. 38. № 3. С. 438–447. doi: 10.15827/0236-235X.151.438-447

Информация о статье
Группа специальностей ВАК: 1.2.2
Поступила в редакцию: 27.01.2025 После доработки: 14.04.2025 Принята к публикации: 16.04.2025

Аннотация. В статье предложено применение патчей свободных форм в разработке метода моделирования деформации и анимации объектов на основе позиционного моделирования и механики сплошных сред. Метод является универсальным для моделирования большого числа различных геометрий и материалов. Рассмотрена задача моделирования деформации и анимации твердых тел, эластичных материалов, тканей, объемных объектов на основе ограничений для работы в режиме реального времени. Предметом исследования являются методы Эйлера и Ньютона и их использование в позиционной динамике. Деформация и анимация трехмерных объектов являются важными функциями, но требуют большого числа вычислений. Вычисления базируются на вариационной форме неявного интегрирования Эйлера, в них обрабатываются ограничения на глобальном уровне. Благодаря этому можно установить связи между позиционной динамикой и неявной схемой интегрирования Эйлера. Локальный/глобальный подход позволяет реализовать неявные интеграционные вычисления без особых мер защиты от сингулярных или неопределенных гессиан, чтобы гарантировать надежность метода. Получается простая реализация, которая не нуждается в дополнительных библиотеках для решения задачи и имеет небольшую память. Тестирование показывает, что после десяти итераций результат моделирования визуально выглядит аналогично конвергентному с использованием метода Ньютона. Это позволяет использовать метод для приложений реального времени. Работоспособность метода подтверждена компьютерной симуляцией. Эксперименты показали, что для моделирования моделей среднего размера достаточно 5–10 итераций, со скоростью от 1 до 6 миллисекунд на итерацию. Предложенный метод может быть полезен для вычисления деформации твердых тел, тканей, оболочек и т.п. Это актуально при создании материалов с желаемым поведением деформации (для анимации одежды, персонажей и других нежестких форм). В робототехнике с помощью предложенного подхода можно моделировать работу тактильных датчиков, создавать симуляции МРТ-изображений на основе анатомических моделей, что важно для проверки алгоритмов анализа изображений.

Ключевые слова: патчи свободных форм, функции возмущения, компьютерное моделирование, позиционная динамика, механика сплошных сред

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Минобрнауки в рамках выполнения работ по Государственному заданию № 124041700102-4 в ИАиЭ СО РАН

Введение. Физически корректное моделирование деформируемых объектов используется в приложениях компьютерной графики, биомеханики и робототехники. Для осуществления точного моделирования сложных нелинейных материалов применяется дискретизация конечных элементов механики сплошных сред.

Помимо реалистичности и точности, существует ряд других значимых критериев. Например, важно уметь моделировать различные типы геометрии (твердые тела, оболочки, ткани и проч.).

В работе [1] описано согласованное во времени и пространстве представление деформации на основе сетки для извлечения грубых и тонких объектов с использованием общих сверточных ядер. В основанной на физике анимации ткани, генерация детализированных складок требует дорогостоящих вычислительных ресурсов и огромной трудоемкости настройки. Методы, основанные на данных, позволяют значительно сократить объем вычислений за счет использования предварительно обработанной БД.

Не менее важно иметь навыки при моделировании больших деформаций, вырожденной геометрии и больших временных интервалов. Это особенно актуально в приложениях реального времени, например, в компьютерной графике, в медицинских тренажерах.

Для устранения некоторых недостатков подходов к механике сплошных сред были разработаны методы позиционной динамики, однако они вели к ограничению точности [2].

В данной же работе предлагается метод, который имеет преимущества и механики сплошных сред, и метода позиционной динамики. Для этого применяется выпуклая квадратичная мера расстояния из ограничения. Его новизна заключается в применении для этой задачи объемных патчей свободных форм. Ограничения представляют собой нелинейные функции, которые выражают объем патча свободной формы.

Обзор существующих подходов

Модели механики сплошных сред и методы позиционной динамики применяются в анимации, основанной на физике [3, 4]. В статье [3] представлен метод определения физических параметров моделей восстановления гибких материалов. В качестве прикладной парадигмы используется массово-пружинная модель для реконструкции двумерных объектов из ткани. В работе [4] использовался метод позиционной динамики, который позволяет моделировать эффект деформации мягких тканей.

В статье [5] предложен аналитический метод для дифференцируемого позиционного моделирования. Предлагаемый подход позволяет вычислять градиенты множества параметров относительно целевой функции.

В работе [6] описан гибридный подход, использующий неявный шаг по времени с дискретизацией объемного упругого материала методом конечных элементов. Силы упругости нелинейны даже для базовых материалов, что усложняет интегрирование по времени результирующих уравнений движения.

В статье [7] представлена обобщенная модель для универсального физического моделирования гиперупругости, вязкопластичности, упруго-пластичности и других физических эффектов. Для этого разработан обобщенный тензор напряжений Кирхгофа, описывающий гиперупругость, ньютоновскую вязкость и невязкие жидкости, а также поведение материалов, связанных с пластичностью.

Работа [8] посвящена механическим свойствам и динамике активного упругого твердого тела, определяемого в виде двумерной сети активных стохастических частиц, взаимодействующих нелинейными жесткими пружинами. Численно было обнаружено, что при включении активности в системе, твердое тело застывает в зависимости от движущих сил, таким образом отклоняясь от механики равновесия.

В основанной на физике анимации ткани генерация детализированных складок требует дорогостоящих вычислительных ресурсов и огромной трудоемкости настройки. Методы, использующие предварительно обработанную БД, позволяют значительно сократить объем вычислений [9].

В работе [10] представлен метод, основанный на анализе основных компонентов для определения локальных режимов деформации и степеней свободы деформации. Определяются основные режимы деформации стержневой балки полотна. Разработан основанный на минимизации энергии подход к непосредственному получению дискретных уравнений равновесия с пятью локальными степенями свободы в каждой материальной точке балки. В результате можно моделировать сложные режимы деформации стержневой балки с небольшим количеством элементов.

В [11] предложена проекционная схема, которая корректирует флуктуации энергии при моделировании деформируемых объектов, благодаря чему устраняется нежелательная численная диссипация. Ключевая идея метода состоит в том, что сначала делается шаг с использованием обычного интегратора, а затем проецируется результат обратно на постоянное многообразие энергии-импульса. С помощью метода предотвращаются нестабильности, которые возникают из-за приблизительных решений и больших временных шагов.

В статье [12] рассмотрен метод интегрирования, сохраняющий энергию и импульс с использованием проективной динамики. Метод расширяет минимизацию для интегрирования по времени в форму с ограничениями энергии-импульса, основанными на местоположении. Это решает проблему нежелательного рассеивания энергии и импульсов.

Авторы [13] представили параллельный метод моделирования деформируемых объектов в реальном времени с использованием подхода сохранения объема системы масса–пружина на тетраэдральных сетках. Однако пружины в системе массовых пружин могут быть чрезмерно удлиненными, что вызывает серьезные проблемы со стабильностью и надежностью, приводящие к восстановлению формы, имитационному расширению и огромной потере объема деформируемого объекта.

В [14] предложен метод пространственно-временной оптимизации для анимации объемного, упруго деформируемого объекта. Подход позволяет моделировать взаимодействие между телом и окружающей средой и генерировать активную анимацию.

В работе [15] описан метод снижения вычислительных затрат при моделировании упругого твердого тела, которое рассматривается в виде связанных наборов элементов твердых недеформирующихся тел, у которых скорость деформации в квадрате нормы Фробениуса падает ниже порогового значения для нескольких кадров.

В работе [16] предложена структура нелинейного деформируемого моделирования с непрерывным обнаружением столкновений. Используется классическая гиперупругость для работы с нелинейными материалами. Алгоритм обнаружения непрерывных столкновений основан на медиальной сетке.

В статье [17] описан параллельный метод моделирования деформируемых 3D-объектов в реальном времени с использованием ограничений сохранения объема в системе масса–пружина. Вместо рассмотрения объемной сетки, используемой в основном для моделирования деформируемых объектов, в данной работе учитывается только поверхность объекта.

В статье [18] рассмотрен метод параллельной повторной выборки, то есть метод генерации деформируемых объектов, основанный на объемных данных и применяемый для медицинского моделирования. Стандартная параллельная повторная выборка не подходит для массовых вычислений, поскольку количество выборок велико и могут возникнуть проблемы с точностью с плавающей запятой. Эффективность повышается за счет выполнения выборки объема после интерполяции координат.

В работе [19] разработана модель для контактной эластодинамики. Метод обеспечивает энергетически согласованные модели ограничения деформации (как изотропные, так и анизотропные) для ткани.

Ограничение деформации – известный подход для моделирования двухфазных материалов, таких как тканые и биологические ткани, которые обладают мягкой упругостью. В работе [20] предложен подход к ограничению деформации, основанный на программировании конуса второго порядка.

Неявное интегрирование по Эйлеру – один из популярных методов для приложений анимации, основанной на физике, где надежность является важным критерием. В статье [21] обсуждаются наиболее актуальные требования к таким методам для компьютерной анимации.

В работе [22] рассмотрена анимация ткани методом позиционной динамики на центральном процессоре (CPU). Описаны шаги повышения скорости вычислений.

Вычисления авторов базируются на вариационной форме неявного интегрирования Эйлера, в которых обрабатываются ограничения на глобальном уровне. Это позволяет установить связи между позиционной динамикой и неявной схемой интегрирования Эйлера. В результате получен надежный и эффективный подход при больших временных шагах. В методе используются ограничения для упругих потенциалов, которые сочетаются с инерционными слагаемыми в соответствии с законами движения Ньютона. Сначала вычисляются все проекции ограничений по отдельности, а затем находится оптимальный выбор между ними. Это делает решение независимым от порядка ограничений. Для быстрой сходимости ограничения выражаются с использованием дифференциальных координат. Вычисления сходятся к неявному решению Эйлера с использованием упругой энергии, что отличает предлагаемый метод от позиционной динамики, которая сводится к полностью неупругому поведению. Кроме того, ограничение деформации непосредственно включено в неявный вычислитель, используются локальное и глобальное чередование с применением проекции на наборы ограничений для моделирования общих узловых динамических систем.

Целью исследования является разработка метода моделирования деформации и анимации как твердых тел, так и эластичных материалов.

Для упрощения работы с трехмерными сценами предложено использовать адаптированные элементы – патчи свободных форм – на основе аналитических функций возмущения относительно базовых треугольников. Патчи свободных форм представляют собой функциональные поверхности. Их главной отличительной чертой является сложность формы, что позволяет достичь компактного описания объектов высокого качества изображения и удовлетворить требования связности, гладкости и компактности.

Локальный/глобальный подход позволяет реализовать неявные интеграционные вычисления без каких-либо особых мер предосторожности. В то время как использование классического метода Ньютона требует стратегий линейного поиска и защиты от сингулярных или неопределенных гессиан, чтобы гарантировать надежность. Кроме того, при фиксированном наборе ограничений можно предварительно рассчитать линейную систему глобального шага, что значительно сокращает время вычислений. Локальные шаги состоят из небольших независимых задач оптимизации, которые могут выполняться параллельно.

Ограничения представляют собой общие нелинейные функции, которые выражают желаемое состояние элемента, например, объем патча свободной формы должен оставаться в заданных пределах. Измерение расстояния количественно определяет, насколько сильно нарушены отдельные ограничения в данной деформированной конфигурации. В то время как в предлагаемом методе на основе патчей свободных форм могут обрабатываться произвольные геометрические ограничения, предлагается конкретный набор ограничений, производных от непрерывных энергий деформации. Преимущество потенциалов, состоящих из выпуклой квадратичной меры расстояния от ограничения, основанных на ограничениях, заключается в том, что их структура обеспечивает эффективную локальную/глобальную оптимизацию. Например, локальный шаг состоит из проецирования каждого элемента на ограничивающее многообразие, что означает решение небольшой нелинейной задачи для каждого элемента. Глобальный шаг объединяет результаты индивидуальных прогнозов, находя компромисс между всеми индивидуальными ограничениями и принимая во внимание глобальные эффекты (инерция и внешние силы).

Надежность относится к способности адекватно справляться со сложными конфигурациями, включая большие деформации, вырожденную геометрию и большие временные интервалы. Она особенно важна в приложениях реального времени, где нет возможности повторного запуска имитации, например, в компьютерных играх или медицинских тренажерах.

Использование легко понятных концепций и, как следствие, облегченных кодовых баз упрощает обслуживание симуляторов и делает их адаптируемыми к конкретным потребностям приложений.

Производительность является важнейшим критерием для приложений реального времени. Она не менее важна и при автономном моделировании, где время выполнения работ по тестированию новых сцен и параметров моделирования должно быть сведено к минимуму.

Использование патчей свободной формы

Патч свободной формы описывается с помощью клиппирующих плоскостей (P 1, P 2, P 3) и функций возмущения относительно базового треугольника (P 4, P 5) (рис. 1, 2) [23, 24].

Базовый треугольник и функции возмущения описываются как $q'(x,y,z) = q(x,y,z) + \sum_{i=1}^{N} d_i(x,y,z)$, где $q'(x, y, z)$ – функциональная поверхность; $q(x, y, z)$ – плоскость треугольника; $i = 1 \ldots N$ – количество функций отклонения; $d_i(x, y, z)$ – функция отклонения,

$$d_i(x,y,z) = \begin{cases} q_i^3(x,y,z),\ if\ q_i(x,y,z) \geq 0, \\ 0,\ if\ q_i(x,y,z) < 0, \end{cases}$$

где $q_i(x, y, z)$ – возмущающая функция второго порядка.

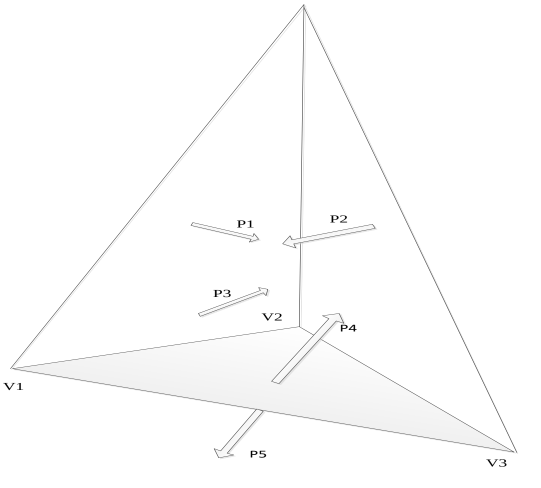

Рис. 1. Патч свободной формы

Fig. 1. Free-form patch

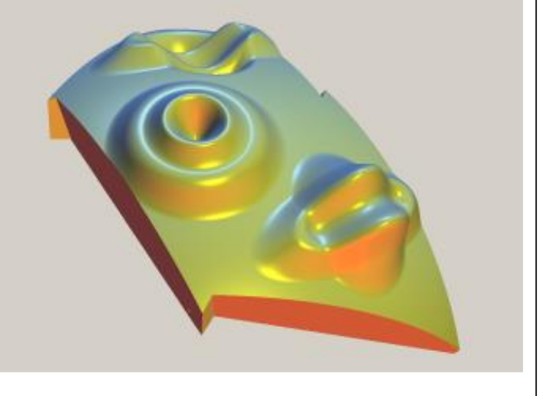

Рис. 2. Три патча свободных форм

Fig. 2. Three free-form patches

Механика сплошных сред

Имеется сетка базовых треугольников, состоящих из k вершин с положениями в пространстве $\vec{p} \in \Re^{k\times 3}$ и скоростями $\vec{v} \in \Re^{k\times 3}$. В момент времени t_{n+1} система определяется [21] как

$$\vec{p}_{n+1} = \vec{p}_n + s\vec{v}_{n+1},$$

$$\vec{v}_{n+1} = \vec{v}_n + sM^{-1}\left(\vec{f}_{in}\left(\vec{p}_{n+1} + \vec{f}_{ex}\right)\right),$$

где $\vec{f}_{ex}$ – сумма внешних сил; $\vec{f}_{in}$ – сумма внутренних сил; M – масс-матрица; s – размер шага.

$$\vec{f}_{in}(\vec{p}) = -\sum_i \nabla\vec{p}_n \Phi_i(\vec{p}),$$

где $\Phi_i(\vec{p})$ – скалярная функция потенциальной энергии.

Используя эти уравнения, получаем:

$$M(\vec{p}_{n+1} - \vec{p}_n - s\vec{v}_n) = s^2(\vec{f}_{in}(\vec{p}_{n+1}) + \vec{f}_{ex}).$$

Преобразовываем систему в задачу оптимизации:

$$\min_{\vec{p}_{n+1}} \frac{1}{2s^2}\left\|\left(\vec{p}_{n+1} - \left(\vec{p}_n + s\vec{v}_n + s^2 M^{-1} f_{ex}\right)\right)\right\|_{Fr}^2 + \\ +\sum_i \Phi_i \vec{p}_{n+1}, \qquad (1)$$

где $\|\cdot\|_{Fr}$ – норма Фробениуса.

Применим классическую форму нелинейных упругих энергий на основе метода конечных элементов, чтобы ограничить упругие потенциалы в уравнении 1 [25].

Введем потенциальные функции Φ с использованием вспомогательной переменной σ:

$$\Phi(\vec{p}_{n+1}, \sigma) = d(\vec{p}_{n+1}, \sigma) + \lambda_E(\sigma), \qquad (2)$$

где $d(\vec{p}_{n+1}, \sigma)$ – функция расстояния между $\vec{p}_{n+1}$ и σ; $\lambda_E(\sigma)$ – индикаторная функция.

Индикаторная функция равна нулю, если $E(\sigma) = 0$, и равна ∞ в противном случае.

Минимизация (2) по σ соответствует проекции $\vec{p}_{n+1}$ на ограничивающее многообразие.

Упругий потенциал определим как

$$\Phi(\sigma) = \min_\sigma \Phi(\vec{p}_{n+1}, \sigma). \qquad (3)$$

В результате чередования минимизации расстояния и проекции мера расстояния может быть выбрана произвольно. Нелинейность ограничений учитывается проекцией на набор ограничений. Расстояние до набора ограничений моделируется квадратичной функцией в $\vec{p}_{n+1}$ и σ:

$$\Phi(\vec{p}_{n+1}, \sigma) = \frac{\omega}{2}\|A_{n+1} - B_\sigma\|_{Fr}^2 + \lambda_C(\sigma), \qquad (4)$$

где A и B – постоянные матрицы; C – ограничение; $\omega > 0$ – вес.

В результате можно использовать любое определение ограничения $C(\vec{p}_{n+1}) = 0$ для набора желаемых конфигураций. Например, можно описывать желаемые углы изгиба между базовыми треугольниками, целевые объемы для патчей свободных форм и граничные условия.

Используя (4), переформулируем неявное интегрирование, определенное в (1) как минимизация:

$$\frac{1}{2s^2}\left\|M^{1/2}\left(\vec{p}_{n+1} - \left(\vec{p}_n + s\vec{v}_n + s^2 M^{-1} f_{ex}\right)\right)\right\|_{Fr}^2 + \\ +\sum_i \frac{\omega_i}{2}\|A_i S_i \vec{p}_{n+1} - B_i \sigma_i\|_{Fr}^2 + \lambda_{C_i}(\sigma_i), \qquad (5)$$

где S_i – постоянная матрица выбора вершин, участвующих в i-м ограничении.

Минимизируем (5), используя метод локальной и глобальной чередующейся минимизации.

При локальном решении минимизируем (5) по вспомогательным переменным, сохраняя позиции фиксированными. Поскольку каждое ограничение имеет собственный набор вспомогательных переменных σ_i, минимизация выполняется независимо для каждого ограничения следующим образом:

$$\min_{\sigma_i} \frac{\omega_i}{2s^2}\|A_i S_i \vec{p}_{n+1} - B_i \sigma_i\|_{Fr}^2 + \lambda_{C_i}(\sigma_i).$$

Это позволяет распараллеливать вычисления на локальном шаге.

При глобальном решении минимизируем (5) по позициям, сохраняя фиксированными вспомогательные переменные. Поскольку (5) является квадратичным при неизвестном $\vec{p}_{n+1}$, минимизируем его с помощью одного линейного решения:

$$\left(\frac{M}{s^2} + \sum_i \omega_i S_i^T A_i^T A_i S_i\right)\vec{p}_{n+1} = \\ = \frac{M}{s^2}(\vec{p}_n + s\vec{v}_n + s^2 M^{-1} f_{ex}) + \sum_i \omega_i S_i^T A_i^T B_i \sigma_i.$$

Системная матрица постоянна до тех пор, пока ограничения не меняются, поэтому предварительно учитывается при инициализации. Это позволяет выполнять очень эффективные глобальные решения. Правая часть уравнения требует повторного вычисления на каждой итерации после того, как переменные проекции были обновлены на локальном шаге.

Позиционная динамика

Минимизация энергии по типу Гаусса – Зайделя [4] происходит путем последовательной оптимизации каждого слагаемого:

$$\frac{1}{2}\sum_i \left\|M_i^{1/2}(S_i \vec{p}_{n+1} - \sigma_i)\right\|_{Fr}^2 + \lambda_{C_i}(\sigma_i). \qquad (6)$$

С помощью множителей Лагранжа для линеаризованного ограничения определим лагранжиан:

$$\frac{1}{2}\left\| M^{1/2}\left(m_L M^{-1}\nabla C(\vec{p}_{n+1}) \right) \right\|_{Fr}^2 +$$
$$+ m_L \left(C(\vec{p}_{n+1}) + tr\left(\nabla C(\vec{p}_{n+1}) \right)^T \Delta\vec{p}_{n+1} \right),$$

где m_L – множитель Лагранжа.

Используя условие критической точки, находим оптимальное направление. Множитель Лагранжа вычисляется, когда линеаризованное ограничение обращается в нуль в этом направлении. Окончательное вычисление:

$$\Delta p_{n+1} = -M^{-1}\nabla C(\vec{p}_{n+1}) \frac{C(\vec{p}_{n+1})}{\left\| M^{-1/2}\nabla C(\vec{p}_{n+1}) \right\|_{Fr}^2}.$$

Гаусс – Зайдель обладает хорошей сходимостью, но только для допустимых наборов ограничений. Например, при моделировании сжатия эластичного материала с ограничениями на растяжение и граничными условиями или столкновениями ограничения могут стать невыполнимыми, и решение не будет сходиться.

Эта проблема решается следующим образом. Заменяем подход Гаусса – Зайделя решением Якоби [24]: добавляем инерцию каждой точки с помощью интегрирования ограничения импульса, определенного в (1):

$$\frac{1}{2s^2}\left\| M^{1/2}\left(\vec{p}_{n+1} - \left(\vec{p}_n + s\vec{v}_n + s^2 M^{-1} f_{ex} \right) \right) \right\|_{Fr}^2 +$$
$$+ \sum_i \frac{\omega_i}{2} \left\| M_i^{1/2} S_i \vec{p}_{n+1} - \sigma_i \right\|_{Fr}^2 + \lambda_{C_i}(\sigma_i).$$

Затем решение Якоби переходит к двухэтапной оптимизации.

На локальном шаге текущее решение $\vec{p}_i$ сначала проецируется на ограничения с помощью (6). Затем достигаем согласованности между различными решениями, выполняя глобальный шаг над $\vec{p}_i$.

На рисунке 3 показан алгоритм оптимизации вычислений.

Результаты

С помощью предлагаемого метода можно работать с большим разнообразием геометрических ограничений. Это позволяет моделировать сложные сцены с использованием единого решения, например, моделирование ткани, которая подвергается растяжению, деформации в сочетании с ограничениями на изгиб (http://www.swsys.ru/uploaded/image/2025-3/13.jpg). Изменяя вес ограничений на деформацию и изгиб, можно моделировать другие типы материалов.

Возможно и моделирование твердого тела с использованием комбинации ограничений на деформацию и объем, применяемых к сеткам патчей свободных форм для различных типов материалов (http://www.swsys.ru/uploaded/image/2025-3/14.jpg).

Различные весовые комбинации ограничений сохранения объема и деформации позволяют моделировать всевозможные типы материалов для объемных объектов.

С помощью моделирования объемных сеток патчей свободных форм можно осуществлять контроль при физическом моделировании. На рисунке 4 изображены два автомобиля, кото-

Рис. 3. Локально-глобальное неявное решение

Fig. 3. Local-global implicit solution

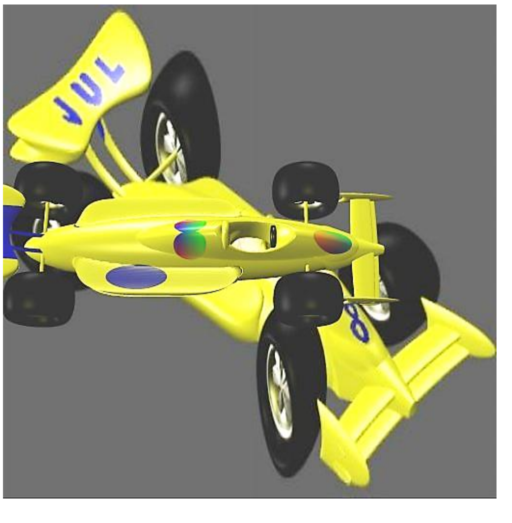

Рис. 4. Моделирование деформации объектов после столкновения

Fig. 4. Modeling of object deformation after collision

рые деформируются с помощью входных примеров после столкновения.

На рисунках 5 и 6 показаны сравнения производительности предлагаемого локально-глобального решения с методом Ньютона на примере бруска (http://www.swsys.ru/uploaded/image/2025-3/15.jpg).

Сравнивая уменьшение относительной погрешности по отношению к количеству итераций, можно увидеть, что метод Ньютона сходится быстрее, чем локальный/глобальный подход. Однако это не отражает стоимость каждой итерации, поскольку для каждой из них необходимо решить изменяющуюся линейную систему. Рассматривая уменьшение относительной погрешности по отношению ко времени вычисления, можно заметить, что локальный/глобальный подход демонстрирует лучшую производительность вплоть до относительной погрешности 10^{-10}, что делает его особенно привлекательным для интерактивных приложений. На кривых (рис. 5, 6) относительная погрешность определяется как нормализованная погрешность относительно оптимального решения и измеряется для примера скручивающегося бруска (http://www.swsys.ru/uploaded/image/2025-3/15.jpg) с ограничениями на 4 300 степеней свободы и 4 100 деформаций патчей свободных форм.

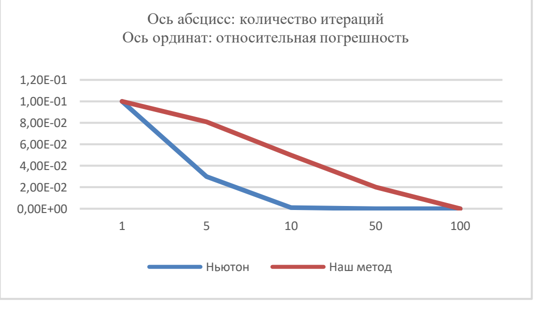

Рис. 5. Сравнение методов по количеству итераций

Fig. 5. Comparing methods by iteration count

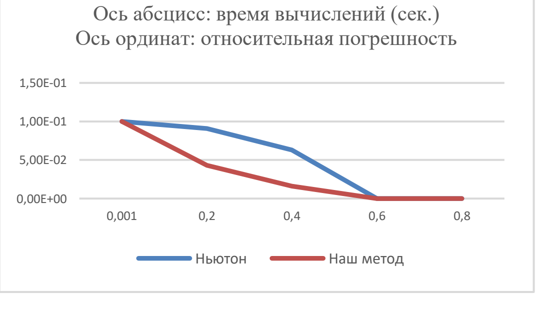

Рис. 6. Сравнение методов по времени вычислений

Fig. 6. Comparing methods by calculation time

Локальный/глобальный подход имеет линейную сходимость и сходится медленнее по количеству итераций в отличие от метода Ньютона, демонстрирующего квадратичную сходимость. При этом предлагаемый подход быстрее, чем метод Ньютона для интерактивных приложений, если рассматривать конвергенцию с точки зрения времени вычисления. Следует обратить внимание, что реализация метода Ньютона для непрерывных энергий нетривиальна, поскольку новые матрицы гессиана должны вычисляться на каждом временном шаге. Более того, при оптимизации необходимо учитывать меры предосторожности, поскольку матрица гессиана может становиться неопределенной, и процедуру поиска по строке, чтобы избежать превышения.

В связи с этим результаты исследований имеют практическое значение. К потенциальным областям применения следует отнести моделирование твердых тел, тканей, оболочек на основе примеров. С помощью моделирования на основе примеров можно создавать материалы с желаемым поведением деформации, например, для анимации одежды, персонажей и других нежестких форм. В робототехнике с помощью этого подхода можно моделировать работу тактильных датчиков, создавать симуляции МРТ-изображений на основе анатомических моделей, что важно для проверки алгоритмов анализа изображений.

Анимация персонажей включает в себя не только сложные симуляции для значительного улучшения визуального восприятия, например, путем имитации мышц, волос, одежды, моделирования сложных нелинейных материалов, но и различные типы геометрии (твердые тела, оболочки, стержни), различные свойства материалов или художественно ориентированные расширения классического моделирования, основанного на физике.

При тестировании использовался шестиядерный процессор Intel Core i7-8086K с частотой ядра 4 ГГц.

Для моделирования моделей среднего размера, меньше 30 тыс. ограничений и 30 тыс. степеней свободы, достаточно 5–10 итераций со скоростью 1–6 миллисекунд на итерацию, что позволяет выполнять моделирование в реальном времени.

Система реализована на C++, используется OpenMP для распараллеливания локального шага. Параллельно решаем глобальный шаг для координат *x*, *y* и *z*, предварительно разложив линейную систему на множители с использованием разреженной факторизации. Динамические ограничения обрабатываются обновлениями ранга и понижениями в линейной системе.

Заключение

В статье представлено неявное решение на основе ограничений для работы в режиме реального времени. С целью решения проблемы ограничений применяется простой в реализации локально-глобальный подход. Для глобальных итераций требуется решение только линейной системы. Если количество ограничений остается фиксированным, то системная матрица постоянна. Это приводит к эффективному вычислению. Так как локальные итерации независимы, вычисления хорошо распараллеливаются, что еще больше повышает производительность. Применяется широкий набор ограничений, использующий оптимальную дискретизацию, которая делает метод устойчивым к неоднородной сетке с различным разрешением. Метод объединяет положительные качества позиционного моделирования и механики сплошных сред. Он может использоваться во многих приложениях компьютерной графики, биомеханики и робототехники.

Список литературы

1. Peng X., Zheng C. An isogeometric cloth simulation based on fast projection method. CMES, 2023, vol. 134, no. 3, pp. 1837–1853. doi: 10.32604/cmes.2022.022367.
2. Vyatkin S.I., Dolgovesov B.S. Method of anisotropic deformation of elastic materials based on free-form patches. BJBNT, 2023, vol. 1, no. 2, pp. 52–57. doi: 10.54646/bijbnt.2023.12.
3. Theodoropoulos N., Kampourakis E., Andronas D., Makris S. Cyber-physical systems in non-rigid assemblies: A methodology for the calibration of deformable object reconstruction models. J. Manufacturing Systems, 2023, vol. 70, pp. 525–537. doi: 10.1016/j.jmsy.2023.08.022.
4. Liu, Y., Guan, C., Zhang, S. et al. The PBD model based simulation for soft tissue deformation in virtual surgery. J. Phys.: Conf. Ser., 2020, vol. 1621, no. 1, art. 012043. doi: 10.1088/1742-6596/1621/1/012043.
5. Stuyck T., Chen H.Y. DiffXPBD: Differentiable position-based simulation of compliant constraint dynamics. PACMCGIT, 2023, vol. 6, no. 3, art. 51. doi: 10.1145/3606923.
6. Razon A.M., Chen Y., Yushan H. et al. A linear and angular momentum conserving hybrid particle/grid iteration for volumetric elastic contact. PACMCGIT, 2023, vol. 6, no. 3, art. 44. doi: 10.1145/3606924.
7. Su H., Li X., Xue T. et al. A generalized constitutive model for versatile MPM Simulation and inverse learning with differentiable physics. PACMCGIT, 2023, vol. 6, no. 3, art. 49. doi: 10.1145/3606925.
8. Sandoval M. Stiffening and dynamics of a two-dimensional active elastic solid. Soft Matter, 2023, vol. 19, no. 36, pp. 6885–6895. doi: 10.1039/D3SM00529A.
9. Chen L., Gao L., Yang J. et al. Deep deformation detail synthesis for thin shell models. Comput. Graphics Forum, 2023, vol. 42, no. 5, art. e14903. doi: 10.1111/cgf.14903.
10. Fisseler M.A., Srinivasa A.R., Reddy J. A combined principal component analysis and energy minimization-based approach to model deformation of web core beams. Acta Mechanica, 2022, vol. 233, pp. 921–942. doi: 10.1007/s00707-021-03130-1.
11. Dinev D., Li J., Thomaszewski B. et al. FEPR: Fast energy projection for real-time simulation of deformable objects. ACM Transactions on Graphics, 2018, vol. 37, no. 4, art. 79. doi: 10.1145/3197517.3201277.
12. Hyung Kee M.H., Um K., Jeong W.O., Han J. Constrained projective dynamics: Real-time simulation of deformable objects with energy-momentum conservation. ACM Transactions on Graphics, 2021, vol. 40, no. 4, art. 160. doi: 10.1145/3450626.3459878.
13. Va H., Choi M.H., Hong M. Real-time volume preserving constraints for volumetric model on GPU. Computers Materials & Continua, 2022, vol. 73, no. 1, pp. 831–848. doi: 10.32604/cmc.2022.029576.
14. Pan Z., Manocha D. Active animations of reduced deformable models with environment interactions. ACM Transactions on Graphics, 2017, vol. 37, no. 3, art. 36. doi: 10.1145/3197565.
15. Mercier-Aubin A., Kry P.G., Levin D.I.W. Adaptive rigidification of elastic solids. ACM Transactions on Graphics, 2022, vol. 41, no. 4, art. 71. doi: 10.1145/3528223.3530124.
16. Lan L., Yang Y., Kaufman D. et al. Medial IPC: Accelerated incremental potential contact with medial elastics. ACM Transactions on Graphics, 2021, vol. 40, no. 4, art. 158. doi: 10.1145/3476576.3476741.
17. Va H., Choi M.H., Hong M. Real-time surface-based volume constraints on mass-spring model in Unity3D. IEEE Access, 2023, vol. 11, pp. 17857–17869. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3245130.
18. Park C., Kye H. Efficient massive computing for deformable volume data using revised parallel resampling. Sensors, 2022, vol. 22, no. 16, art. 6276. doi: 10.3390/s22166276.
19. Li M., Kaufman D.M., Jiang C. Codimensional incremental potential contact. ACM Transactions on Graphics, 2021, vol. 40, no. 4, art. 170. doi: 10.1145/3450626.3459767.

20. Tang P., Coros S., Thomaszewski B. A second order cone programming approach for simulating biphasic materials. Computer Graphics Forum, 2022, vol. 41, no. 8, pp. 87–93. doi: 10.1111/cgf.14626.

21. Loschner F., Longva A., Jeske S.R. et al. Higher-order time integration for deformable solids. Computer Graphics Forum, 2020, vol. 39, no. 8, pp. 157–169. doi: 10.1111/cgf.14110.

22. Куприн А.А. Многопоточная симуляция ткани на центральном процессоре методом, основанном на положении // ГрафиКон: тр. Междунар. конф. 2023. С. 868–879. doi: 10.20948/graphicon-2023-868-879.

23. Вяткин С.И., Долговесов Б.С. Моделирование деформации эластичных объектов с использованием функций возмущения // Программные продукты и системы. 2022. Т. 35. № 4. С. 748–757. doi: 10.15827/0236-235X.140.748-757.

24. Вяткин С.И., Долговесов Б.С. Метод деформации функционально заданных объектов с применением графических процессоров // Программные продукты и системы. 2023. Т. 36. № 3. С. 414–422. doi: 10.15827/0236-235X.142.414-422.

25. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1994. Т. 1. 528 с.

Software & Systems doi: 10.15827/0236-235X.151.438-447 2025, 38(3), pp. 438–447

Combined method of deforming and animating objects based on positional modeling and continuum mechanics using free-form patches

Sergey I. Vyatkin [1]✉, Boris S. Dolgovesov [1]

[1] Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russian Federation

For citation
Vyatkin, S.I., Dolgovesov, B.S. (2025) ‘Combined method of deforming and animating objects based on positional modeling and continuum mechanics using free-form patches’, *Software & Systems*, 38(3), pp. 438–447 (in Russ.). doi: 10.15827/0236-235X.151.438-447

Article info
Received: 27.01.2025 After revision: 14.04.2025 Accepted: 16.04.2025

Abstract. The paper presents a method for modeling the deformation and animation of objects based on positional modeling and continuum mechanics using free-form patches. The method is cross-functional for modeling diverse geometries and materials. The paper considers the problem of real-time deformation and animation modeling for rigid bodies, elastic materials, fabrics, and volumetric objects using constraint-based approaches. The subject of the research is the Euler and Newton methods, and how to use them in positional dynamics. The deformation and animation of three-dimensional objects are important functions, but they require a large number of calculations. The calculations employ a variational form of implicit Euler integration, processing constraints at the global level. This allows establishing connections between positional dynamics and the implicit Euler integration scheme. The local/global approach allows implementing implicit integration calculations without any special protection measures against singular or indefinite hessians to ensure the reliability of the method. This results in a simple implementation that does not need additional libraries to solve the problem and has little memory. Testing shows that after ten iterations, the modeling result visually looks similar to the convergent one using Newton's method. This enables using the method in real-time applications. Computer simulation demonstrate the method's practical effectiveness. Experimental results demonstrate that 5-10 iterations are enough for medium-scale model simulations, with each iteration requiring 1-6 milliseconds of computation time. The proposed method proves effective for deformation computation in solids, fabrics, shells, and similar materials. This is relevant when creating materials with the desired deformation behavior (animating clothes, characters and other soft forms). The proposed approach enables robotic tactile sensor modeling and MRI image simulation from anatomical models, which is crucial for validating image analysis algorithms.

Keywords: free-form patches, perturbation functions, computer modeling, positional dynamics, continuum mechanics

Acknowledgements. The paper was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as a part of State Assignment no. 124041700102-4 at the IA&E SB RAS

References

1. Peng, X., Zheng, C. (2023) ‘An isogeometric cloth simulation based on fast projection method’, *CMES*, 134(3), pp. 1837–1853. doi: 10.32604/cmes.2022.022367.

2. Vyatkin, S.I., Dolgovesov, B.S. (2023) ‘Method of anisotropic deformation of elastic materials based on free-form patches’, *BJBNT*, 1(2), pp. 52–57. doi: 10.54646/bijbnt.2023.12.

3. Theodoropoulos, N., Kampourakis, E., Andronas, D., Makris, S. (2023) ‘Cyber-physical systems in non-rigid assemblies: A methodology for the calibration of deformable object reconstruction models’, *J. Manufacturing Systems*, 70, pp. 525–537. doi: 10.1016/j.jmsy.2023.08.022.

4. Liu, Y., Guan, C., Zhang, S. et al. (2020) ‘The PBD model based simulation for soft tissue deformation in virtual surgery’, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 1621(1), art. 012043. doi: 10.1088/1742-6596/1621/1/012043.

5. Stuyck, T., Chen, H.Y. (2023) ‘DiffXPBD: Differentiable position-based simulation of compliant constraint dynamics’, *PACMCGIT*, 6(3), art. 51. doi: 10.1145/3606923.

6. Razon, A.M., Chen, Y., Yushan, H. et al. (2023) ‘A linear and angular momentum conserving hybrid particle/grid iteration for volumetric elastic contact’, *PACMCGIT*, 6(3), art. 44. doi: 10.1145/3606924.

7. Su, H., Li, X., Xue, T. et al. (2023) ‘A generalized constitutive model for versatile MPM simulation and inverse learning with differentiable physics’, *PACMCGIT*, 6(3), art. 49. doi: 10.1145/3606925.

8. Sandoval, M. (2023) ‘Stiffening and dynamics of a two-dimensional active elastic solid’, *Soft Matter*, 19(36), pp. 6885–6895. doi: 10.1039/D3SM00529A.

9. Chen, L., Gao, L., Yang, J. et al. (2023) ‘Deep deformation detail synthesis for thin shell models’, *Comput. Graphics Forum*, 42(5), art. e14903. doi: 10.1111/cgf.14903.

10. Fisseler, M.A., Srinivasa, A.R., Reddy, J. (2022) ‘A combined principal component analysis and energy minimization-based approach to model deformation of web core beams’, *Acta Mechanica*, 233, pp. 921–942. doi: 10.1007/s00707-021-03130-1.

11. Dinev, D., Li, J., Thomaszewski, B. et al. (2018) ‘FEPR: Fast energy projection for real-time simulation of deformable objects’, *ACM Transactions on Graphics*, 37(4), art. 79. doi: 10.1145/3197517.3201277.

12. Hyung Kee, M.H., Um, K., Jeong, W.O., Han J. (2021) ‘Constrained projective dynamics: Real-time simulation of deformable objects with energy-momentum conservation’, *ACM Transactions on Graphics*, 40(4), art. 160. doi: 10.1145/3450626.3459878.

13. Va, H., Choi, M.H., Hong, M. (2022) ‘Real-time volume preserving constraints for volumetric model on GPU’, *Computers Materials & Continua*, 73(1), pp. 831–848. doi: 10.32604/cmc.2022.029576.

14. Pan, Z., Manocha, D. (2017) ‘Active animations of reduced deformable models with environment interactions’, *ACM Transactions on Graphics*, 37(3), art. 36. doi: 10.1145/3197565.

15. Mercier-Aubin, A., Kry, P.G., Levin, D.I.W. (2022) ‘Adaptive rigidification of elastic solids’, *ACM Transactions on Graphics*, 41(4), art. 71. doi: 10.1145/3528223.3530124.

16. Lan, L., Yang, Y., Kaufman, D. et al. (2021) ‘Medial IPC: Accelerated incremental potential contact with medial elastics’, *ACM Transactions on Graphics*, 40(4), art. 158. doi: 10.1145/3476576.3476741.

17. Va, H., Choi, M.H., Hong, M. (2023) ‘Real-time surface-based volume constraints on mass-spring model in Unity3D’, *IEEE Access*, 11, pp. 17857–17869. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3245130.

18. Park, C., Kye, H. (2022) ‘Efficient massive computing for deformable volume data using revised parallel resampling’, *Sensors*, 22(16), art. 6276. doi: 10.3390/s22166276.

19. Li, M., Kaufman, D.M., Jiang, C. (2021) ‘Codimensional incremental potential contact’, *ACM Transactions on Graphics*, 40(4), art. 170. doi: 10.1145/3450626.3459767.

20. Tang, P., Coros, S., Thomaszewski, B. (2022) ‘A second order cone programming approach for simulating biphasic materials’, *Computer Graphics Forum*, 41(8), pp. 87–93. doi: 10.1111/cgf.14626.

21. Loschner, F., Longva, A., Jeske, S.R. et al. (2020) ‘Higher-order time integration for deformable solids’, *Comput. Graphics Forum*, 39(8), pp. 157–169. doi: 10.1111/cgf.14110.

22. Kuprin, A.A. (2023) ‘Parallel tissue simulation on a CPU by a Position-based method’, *Proc. Int. Conf. GraphiCon*, pp. 868–879 (in Russ.). doi: 10.20948/graphicon-2023-868-879.

23. Vyatkin, S.I., Dolgovesov, B.S. (2022) ‘Modeling of deformation of elastic objects using perturbation functions’, *Software & Systems*, 35(4), pp. 748–757 (in Russ.). doi: 10.15827/0236-235X.140.748-757.

24. Vyatkin, S.I., Dolgovesov, B.S. (2023) ‘A method of deformation of functionally defined objects using graphics processing units’, *Software & Systems*, 36(3), pp. 414–422 (in Russ.). doi: 10.15827/0236-235X.142.414-422.

25. Sedov, L.I. (1994) *Continuum Mechanics*. Moscow, 1, 528 p. (in Russ.).

Авторы
Вяткин Сергей Иванович [1], к.т.н,
старший научный сотрудник, sivser@mail.ru
Долговесов Борис Степанович [1],
к.т.н , заведующий лабораторией, bsd@iae.nsk.su

[1] Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
г. Новосибирск, 630090, Россия

Authors
Sergey I. Vyatkin [1], Cand. of Sci. (Engineering),
Senior Researcher, sivser@mail.ru
Boris S. Dolgovesov [1], Cand. of Sci. (Engineering)
Head of Laboratory, bsd@iae.nsk.su

[1] Institute of Automation and Electrometry SB RAS,
Novosibirsk, 630090, Russian Federation